EURELEC

MATHEMATIQUES

COURS DE BASE

ELECTRONIQUE

1 — LES REPRESENTATIONS GRAPHIQUES

Au cours de la précédente leçon de mathématiques, nous avons vu que les formules représentent mathématiquement les lois décrites et qu'elles sont très utiles, puisqu'elles indiquent avec la plus grande concision, les calculs à effectuer au cours des applications pratiques.

Les formules présentent un seul inconvénient : celui de ne pas montrer immédiatement le déroulement des lois qu'elles représentent, ou plus précisément, de le révéler seulement à l'oeil exercé du mathématicien.

Par conséquent, le technicien, qui n'est pas nécessairement un mathématicien expérimenté, lorsqu'il ne doit pas effectuer des calculs très précis, mais désire avoir sous les yeux, l'allure générale d'une loi donnée, recourt à un autre genre de représentation, qui s'appelle la REPRESENTATION GRAPHIQUE.

On peut facilement définir ce qu'est en général une représentation graphique en considérant la carte géographique de la Figure 1.

Cette petite carte représente les contours du continent européen : les terres, les mers et aussi les principaux fleuves ; le tout avec une certaine approximation, qui est toutefois suffisante pour donner une idée générale de la conformation géographique de l'Europe.

A la représentation, est superposé un réseau de lignes courbes, qui rappelle la courbure de la terre et qui sert à déterminer avec une certaine précision les diverses positions géographiques.

L'ensemble des lignes courbes superposées au plan, constitue le SYSTEME DE REFERENCE, c'est-à-dire le moyen utilisé pour indiquer ou retrouver sur la carte, les divers points dont on connaît ou dont on cherche la position.

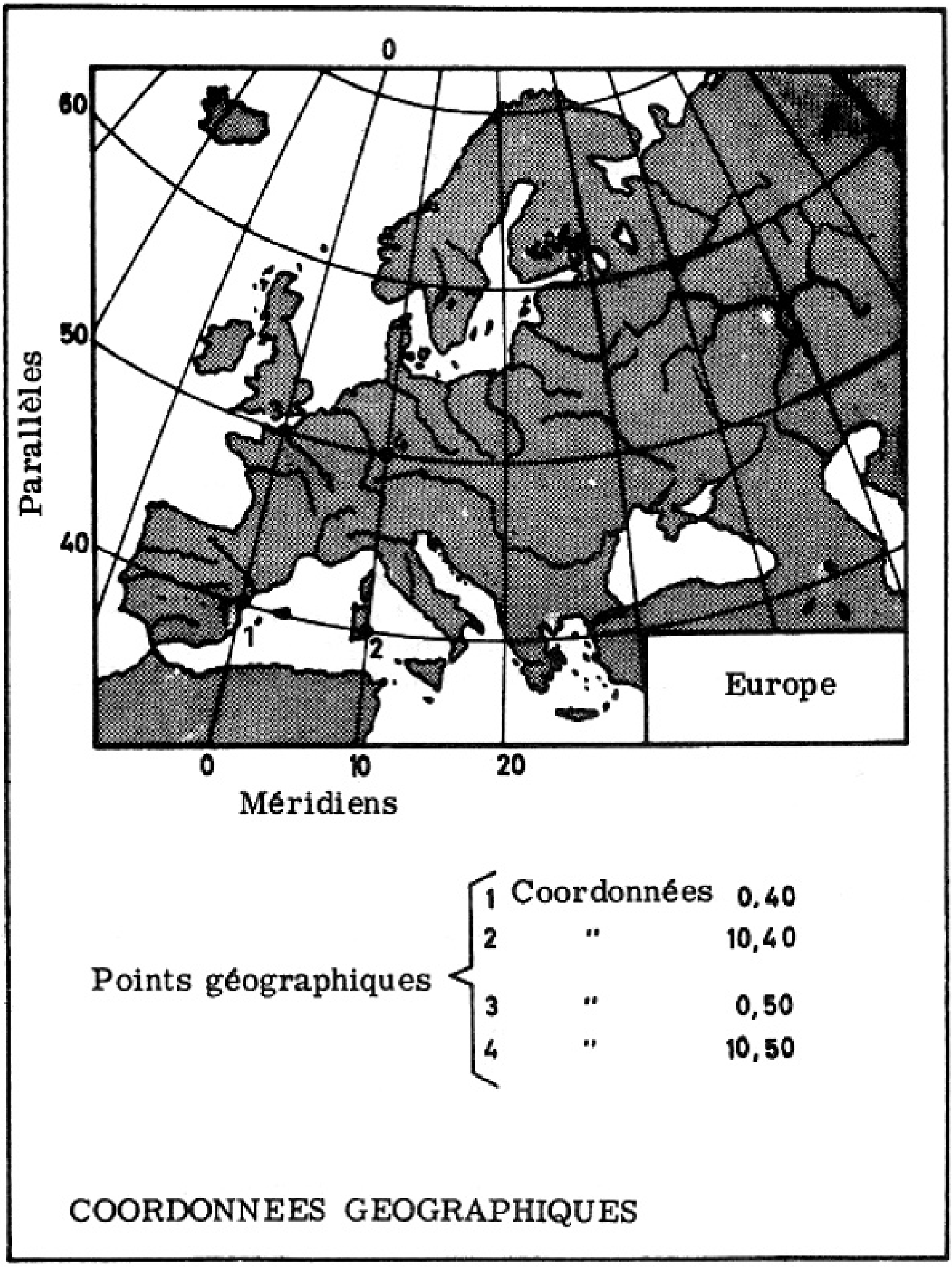

0
60
50
40
Parallèles
Europe
1
2
0
10
20
Méridiens
Points géographiques
1 Coordonnées 0,40
2 " 10,40
3 " 0,50
4 " 10,50
COORDONNEES GEOGRAPHIQUES

Figure 1

Les lignes du système de référence sont de deux catégories : celles qui se suivent parallèlement de bas en haut (les géographes les appellent les parallèles) et celles qui convergent vers le pôle et se suivent de gauche à droite (appelées MERIDIENS).

Chaque parallèle et chaque méridien est numéroté ; les numéros repérant les parallèles sont portés sur le côté gauche de la carte (40,50, 60) tandis que ceux repérant les méridiens sont inscrits sur le côté inférieur (0,10,20).

En prenant un numéro du premier groupe et un numéro du second groupe, on forme un couple qui peut représenter un point bien défini de la carte géographique.

Par exemple, sur la Figure 1, on a repéré par ce système, quatre points géographiques : le point 1, sur la côte orientale de l'Espagne, est représenté par le couple 0,40 ;

– Le point 2, sur la côte orientale de la Sardaigne (Italie), est représenté par le couple 10,40 ;

– Le point 3, sur la côte nord de la France, est représenté par le couple 0,50 ;

– Le point 4, en Allemagne occidentale, est représenté par le couple 10,50.

Cet exemple suffit à illustrer à quel point il est simple, utile et rapide d'utiliser un système de référence, et en particulier d'utiliser des couples de chiffres pour localiser des points géographiques sur la carte.

Les couples des chiffres qui se réfèrent aux lignes différentes d'un système de référence, sont appelés en général, COORDONNEES ; dans le cas que nous venons de considérer, ce sont des coordonnées géographiques.

Tout comme on représente sur la carte géographique le tracé des côtes et des fleuves, on peut représenter sur une feuille de papier, à l'aide de dessins appropriés, l'allure des grandeurs variables apparaissant dans les phénomènes physiques.

Voyons par exemple comment on peut représenter la variation de la température au cours d'une semaine.

Sur la Figure 2, est représenté un thermomètre, dont les indications suivent des variations de la température ; à la hauteur du zéro du thermomètre, on a tracé un segment de droite, sur lequel on a reporté à des intervalles constants, les jours de la semaine qui se succèdent ; l'échelle du thermomètre et le segment gradué sont perpendiculaires entre eux.

Admettons que la lecture du thermomètre soit faite une fois par jour, toujours à la même heure, et que l'enregistrement de la température sur la feuille, soit représenté par un point placé à la hauteur de la colonne de mercure, en correspondance avec le jour de la semaine indiqué sur le segment de droite.

En nous basant sur ce système de référence, nous pouvons maintenant déduire de la position de chaque point, la valeur de la température et le jour où cette température a été relevée.

– Le petit point A correspond au jour 1 et indique la température de 5° C au-dessus de zéro.

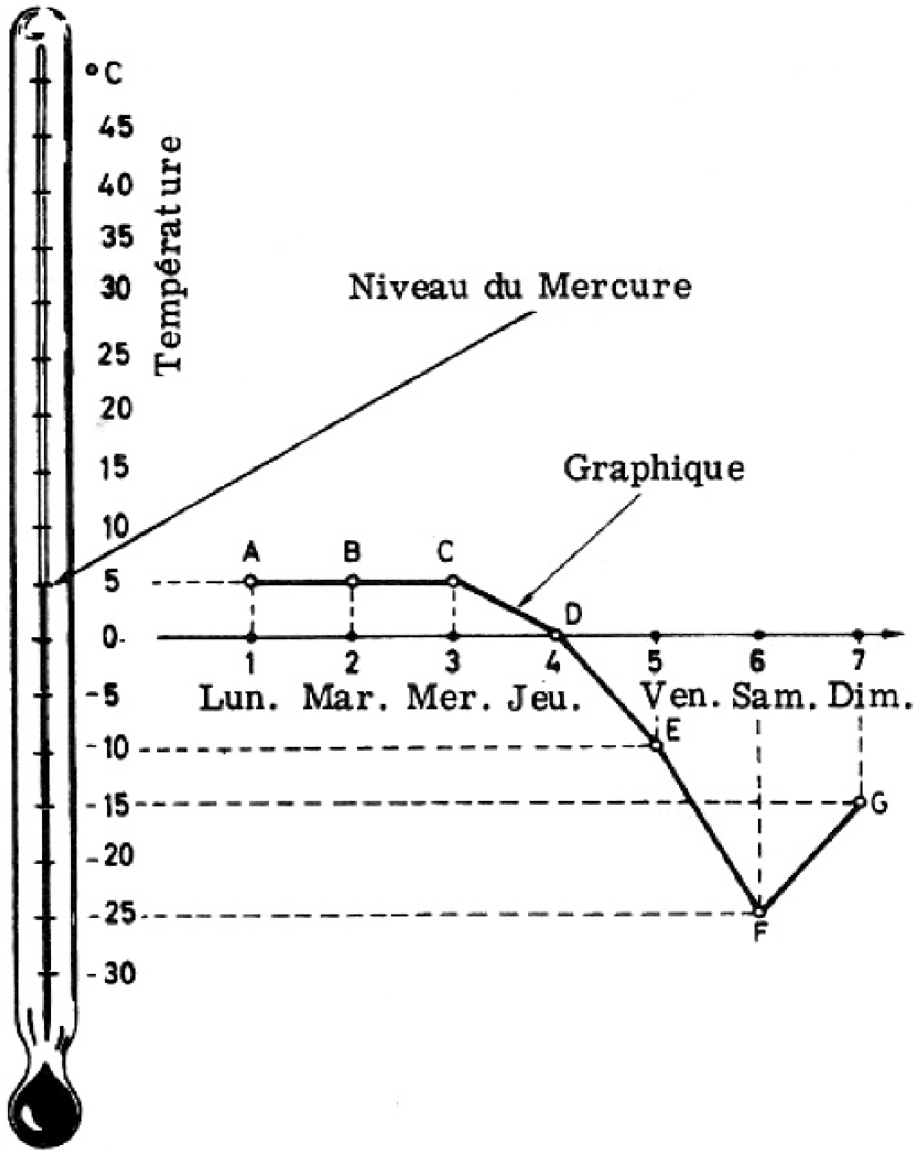
– Le point B correspond au jour 2 et le point C, correspond au jour 3; ils indiquent eux aussi la température de 5° C.

– Le point D correspond au jour 4 et se trouve à la hauteur du zéro : il indique donc la température de 0° C.

– Le point E correspond au jour 5 et indique la température de 10° C en-dessous de zéro (les températures en-dessous de zéro s'expriment en faisant précéder leur valeur du signe – et s'écrivent donc de façon courante – 10° C, au lieu de "10° C en-dessous de zéro").

– Enfin les points F, jour 6 et G, jour 7, indiquent respectivement des températures de – 25° C et de –15° C.

Nous observons que, à chaque point, c'est-à-dire à chaque lecture du thermomètre, correspond toujours un couple de valeurs, tout comme chaque point de la carte géographique correspond à un couple de lignes coordonnées.



GRAPHIQUE DE LA TEMPERATURE

Figure 2

Une valeur du couple représente ici la température et l'autre valeur du couple représente le jour de la semaine, soit le TEMPS.

Température et temps sont donc les coordonnées du système de référence que nous venons de décrire.

L'ensemble des points de A à G peut représenter la variation de la température pendant la semaine, mais la représentation ainsi construite est discontinue, puisque chaque jour on n'a effectué qu'un seul relevé de la température, et que nous ne savons donc pas quelle a été la température, pendant les intervalles d'un jour à l'autre.

Toutefois, si nous voulons compléter la représentation du tracé entre un jour et le suivant, nous pouvons supposer que la tendance indiquée par le thermomètre à chaque lecture, a été conservée.

Par conséquent, si avec les lectures faites à une heure donnée des jours, lundi, mardi et mercredi, nous trouvons que la température est toujours égale à 5^{o} au-dessus de zéro, nous pouvons supposer que la température s'est maintenue constante à 5^{o} aux heures intermédiaires.

Par contre, si en passant de mercredi à jeudi, nous trouvons que la température est descendue de 5^{o} au-dessus de zéro jusqu'à zéro, nous pouvons supposer que la tendance à la baisse s'est produite après la lecture du thermomètre, en passant graduellement par toutes les valeurs intermédiaires comprises entre 5^{o} C et 0^{o} C .

De façon analogue, nous pouvons supposer que dans les jours, de jeudi à samedi, la température a continué à diminuer graduellement, d'abord jusqu'à -10^{o} C, puis jusqu'à -25^{o} C, et que de samedi à dimanche, elle a recommencé à monter en passant de -25^{o} C à -15^{o} C.

La variation de la température que nous venons de supposer pour les intervalles allant d'un jour à l'autre, est représentée en joignant par des segments de droite, chaque point au suivant.

La ligne résultante s'appelle GRAPHIQUE ; cette ligne en se maintenant horizontalement, en descendant vers le bas ou en remontant vers le haut, permet de saisir d'un seul coup d'oeil les diverses températures d'une même semaine.

Evidemment, la représentation est imprécise pour les intervalles compris entre un jour et l'autre, mais si nous admettons que dans les heures du jour, il n'y a pas eu de sauts de température notables, nous pouvons estimer que cette représentation est assez fidèle et qu'elle nous donne donc suffisamment d'indications.

Plus tard, nous étudierons de nombreux graphiques établis par la même méthode, que l'on pourra estimer très précis en chacun de leurs points, donc utilisables pour effectuer des calculs déterminés, en remplacement des calculs arithmétiques dérivant des formules.

Voyons maintenant les règles géométriques et quelques autres conventions nécessaires, pour construire et lire les graphiques les plus souvent utilisés en électronique.

1 – 1 – LE DIAGRAMME CARTESIEN

Les segments gradués, introduits dans les précédentes représentations graphiques constituent les éléments fondamentaux des systèmes de références.

En effet, si dans les marges de la carte géographique il n'y avait pas eu les indications des subdivisions et des numérotations des méridiens et des parallèles, nous n'aurions pas pû indiquer avec précision les quatre points géographiques de la Figure 1.

De manière analogue, si dans le graphique de la Figure 2, il n'y avait pas eu la droite graduée des jours, ni l'échelle du thermomètre, il n'aurait pas été possible de trouver les valeurs de la température. Dans l'un et dans l'autre cas, la représentation aurait seulement eu un caractère descriptif, dont nous n'aurions pû faire dévier aucune application pratique.

Les droites graduées, introduites dans les représentations graphiques ont la même signification que les lettres utilisées dans les formules :

CHAQUE LETTRE DE LA FORMULE INDIQUE UNE GRANDEUR DONNEE ET SES VALEURS RESPECTIVES, ET, CHAQUE DROITE GRADUEE DANS LA REPRESENTATION GRAPHIQUE,

INDIQUE UNE GRANDEUR DONNEE ET EN EXPRIME LES PRINCIPALES VALEURS.

Une droite graduée peut représenter visiblement une succession de températures, une succession de jours, une succession de tensions électriques ou une succession quelconque de valeurs, se référant à des grandeurs physiques bien définies.

Le fait que les valeurs puissent se voir au premier coup d'oeil, disposées en ordre l'une à la suite de l'autre, constitue le principal avantage des représentations graphiques par rapport aux formules.

Pour effectuer les calculs à l'aide des formules, il est nécessaire de remplacer chaque fois les lettres par leurs valeurs respectives. Avec les graphiques, on a déjà toutes les principales valeurs sous les yeux et le calcul se réduit à une simple observation visuelle, complétée tout au plus par quelques opérations graphiques que nous étudierons plus loin.

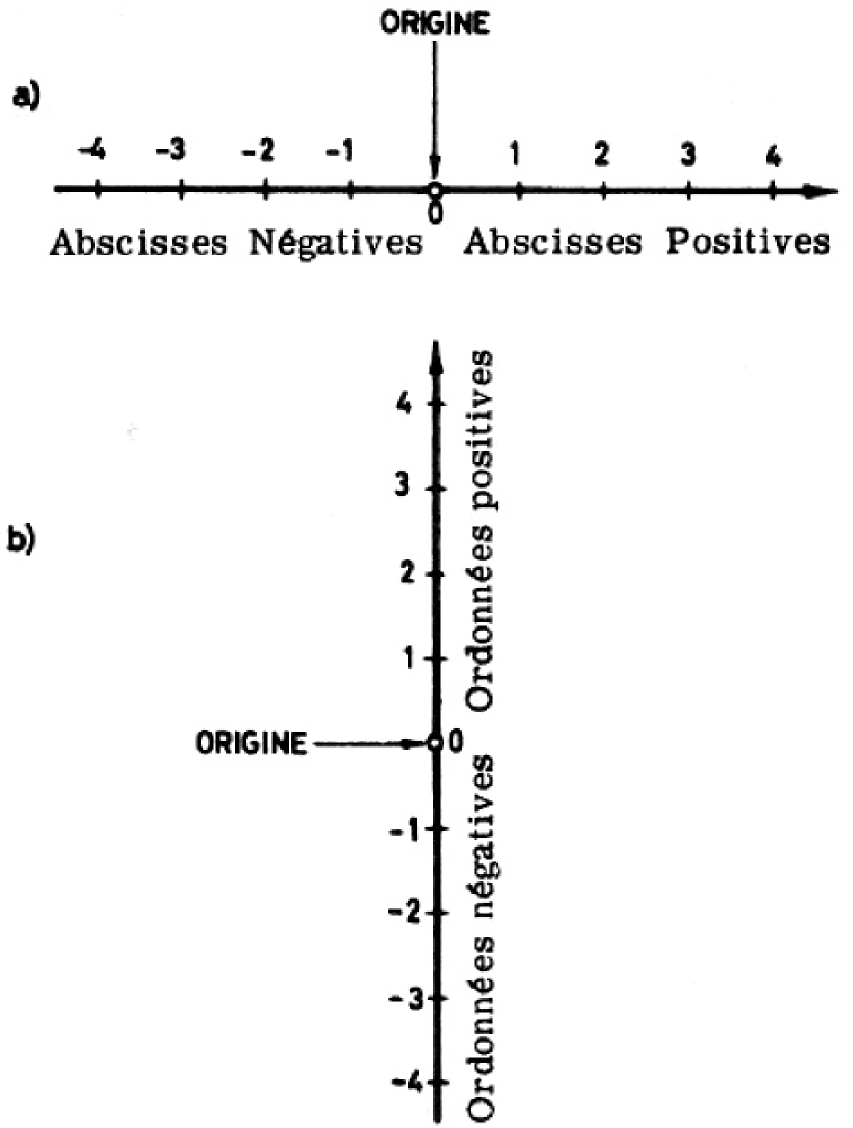
Voyons maintenant comment on trace les droites graduées pour pouvoir représenter de façon convenable, les grandeurs données.

Dans les représentations les plus utilisées en technique, le système de référence est constitué par deux droites perpendiculaires, l'une horizontale et l'autre verticale, appelées AXES DU SYSTEME, ou plus simplement, AXES.

A la Figure 3, les deux axes sont dessinés séparément de façon à bien mettre en évidence les conventions qu'il convient d'établir pour chacun d'eux.

Considérons d'abord l'axe horizontal, correspondant à la marge graduée des méridiens de la carte géographique de la Figure 1 et à la droite graduée en jours du graphique de la Figure 2.

Nous remarquons immédiatement que l'axe de la Figure 3-a est un peu plus complexe que celui des exemples que nous venons de citer. Il comporte en effet deux numérotations : l'une qui part de l'ORIGINE et va vers la droite, et l'autre, qui part de la même origine et va vers la gauche; en outre, les nombres qui se trouvent à gauche de l'origine, sont tous précédés du signe "–" (moins).



AXES : AXE DES ABSCISSES - AXE DES ORDONNEES

Figure 3

Chaque nombre, tant à droite qu'à gauche de l'origine, correspond à une subdivision et celles-ci se suivent à la même distance l'une de l'autre.

Les nombres et les subdivisions de la droite s'appellent ABSCISSES : ABSCISSES POSITIVES à droite de l'origine, et ABSCISSES NEGATIVES à gauche.

Supposons que l'axe horizontal représente le déroulement du temps, comme sur le graphique de la Figure 2.

L'origine 0 indique l'instant où nous commençons à compter. L'abscise positive 1, indique qu'à partir du moment initial, s'est écoulée une unité de temps, à savoir une seconde, ou une heure, ou un jour (cela dépend de l'unité que nous avons choisie).

L'abscisse 2 indique qu'à partir de l'instant initial se sont écoulées deux unités de temps (2 secondes, 2 heures ou 2 jours).

L'abscisse 3 indique trois unités de temps après l'instant initial ; l'abscisse 4 indique quatre unités de temps après l'instant initial et ainsi de suite.

Les abscisses négatives indiquent aussi des unités de temps, mais au lieu de représenter le temps qui s'écoule, à partir de l'instant initial choisi, elles représentent le temps écoulé avant l'instant initial.

Ainsi, l'abscisse négative -1 indique qu'il reste une unité de temps pour arriver à l'instant initial, l'abscisse -3 indique trois unités de temps avant l'instant initial et ainsi de suite, vers des temps toujours plus lointains avant l'instant initial.

En ayant présent à l'esprit la signification des nombres précédés du signe $-$ (-4, -3, -2, -1), nous observons qu'en allant vers la droite, c'est-à-dire, qu'en passant d'un grand nombre à un plus petit, la distance à partir du temps initial diminue ; on pourrait penser que la flèche qui indique l'augmentation des temps n'est pas en accord avec la représentation des temps à gauche de l'origine.

Cette conclusion serait exacte si nous nous limitions à regarder la numérotation des abscisses négatives, sans prendre en considération la progression du temps.

Si nous voulons commencer à compter les temps, en partant d'une abscisse négative, par exemple −4 secondes, et, si nous voulons maintenir ce compte en concordance avec la succession réelle des secondes, nous devons nous exprimer ainsi :

- moins quatre secondes, moins trois secondes, moins deux secondes, moins une seconde, temps zéro, une seconde (après le temps zéro), deux secondes, trois secondes, quatre secondes, etc....

Comme on le voit, un compte qui suit l'écoulement du temps va toujours de la gauche vers la droite, en accord avec la flèche placée à l'extrémité de l'axe, soit que l'on compte sur les abscisses négatives, soit, à plus forte raison, si l'on compte sur les abscisses positives.

Ce point étant éclairci, considérons maintenant l'axe vertical tracé sur la Figure 3-b .

Ici, nous pourrions répéter toutes les considérations faites pour l'axe horizontal à propos de l'origine, des numérotations et des subdivisions. La seule différence consiste dans le nom donné aux subdivisions et aux numéros correspondants qui sont appelés ORDONNEES : ORDONNEES POSITIVES au-dessus de l'origine et ORDONNEES NEGATIVES au-dessous de cette même origine.

L'axe vertical doit aussi représenter une grandeur physique donnée ; par exemple, il peut représenter la température et ses valeurs respectives, comme nous l'avons vu sur la Figure 2, où l'axe vertical est constitué par l'échelle du thermomètre.

En comparant l'axe vertical avec l'échelle du thermomètre, nous pouvons deviner facilement la signification de la flèche placée à l'extrémité supérieure de l'axe : comme dans l'exemple des temps pour l'axe horizontal, la flèche indique la direction des valeurs croissantes.

Dans le cas particulier considéré, elle indique dans quelle direction se produisent les augmentations de la température.

Une augmentation de température, consiste justement à partir d'une grande valeur ordonnée négative, à aller vers les valeurs croissantes des ordonnées positives. Ces valeurs vont donc du bas vers le haut, comme l'indique la flèche, au même titre que la colonne de mercure du thermomètre monte lorsque la température augmente.

La signification des axes étant établie, voyons maintenant comment ils sont disposés sur la feuille, de manière à former un système de référence adapté à l'établissement et à la lecture des graphiques.

POUR DETERMINER UN SYSTEME DE REFERENCE, IL SUFFIT DE FIXER LA POSITION DE CHAQUE AXE DANS LE PLAN DE LA FEUILLE ET DE DECIDER COMMENT, EN PARTANT D'UN POINT DU PLAN, ON PEUT DETERMINER SUR LES AXES, LES VALEURS CORRESPONDANTES D'ABSCISSE ET D'ORDONNEE, ou vice versa, comment en reconnaissant les valeurs d'abscisse et d'ordonnée, on peut trouver le point correspondant du plan.

Parmi les solutions possibles, en nombre infini, adoptons celle de la Figure 4, qui, sous beaucoup d'aspects, est plus simple et fréquemment utilisée en Electronique.

Pour composer ce système de référence, il faut faire croiser les deux axes perpendiculairement et de telle façon que leurs points d'origine respectifs coïncident. En outre, on établit la règle suivante pour passer des points du plan, aux valeurs correspondantes que l'on peut lire sur les axes :

– ETANT DONNE UN POINT, ON CONSIDERE DEUX DROITES PASSANT PAR CE POINT ; L'UNE PERPENDICULAIRE A L'AXE DES ABSCISSES ET L'AUTRE PERPENDICULAIRE A L'AXE DES ORDONNEES.

L'ENDROIT OU LA DROITE PERPENDICULAIRE A L'AXE DES ABSCISSES COUPE CET AXE, INDIQUE LA VALEUR DE L'ABSCISSE ; L'ENDROIT OU LA DROITE PERPENDICULAIRE A L'AXE DES ORDONNEES COUPE CET AXE, INDIQUE LA VALEUR DE L'ORDONNEE.

En suivant la règle que nous venons d'énoncer, on peut facilement établir les valeurs d'abscisse et d'ordonnée des points A, B, C, D, indiquées sur la Figure 4.

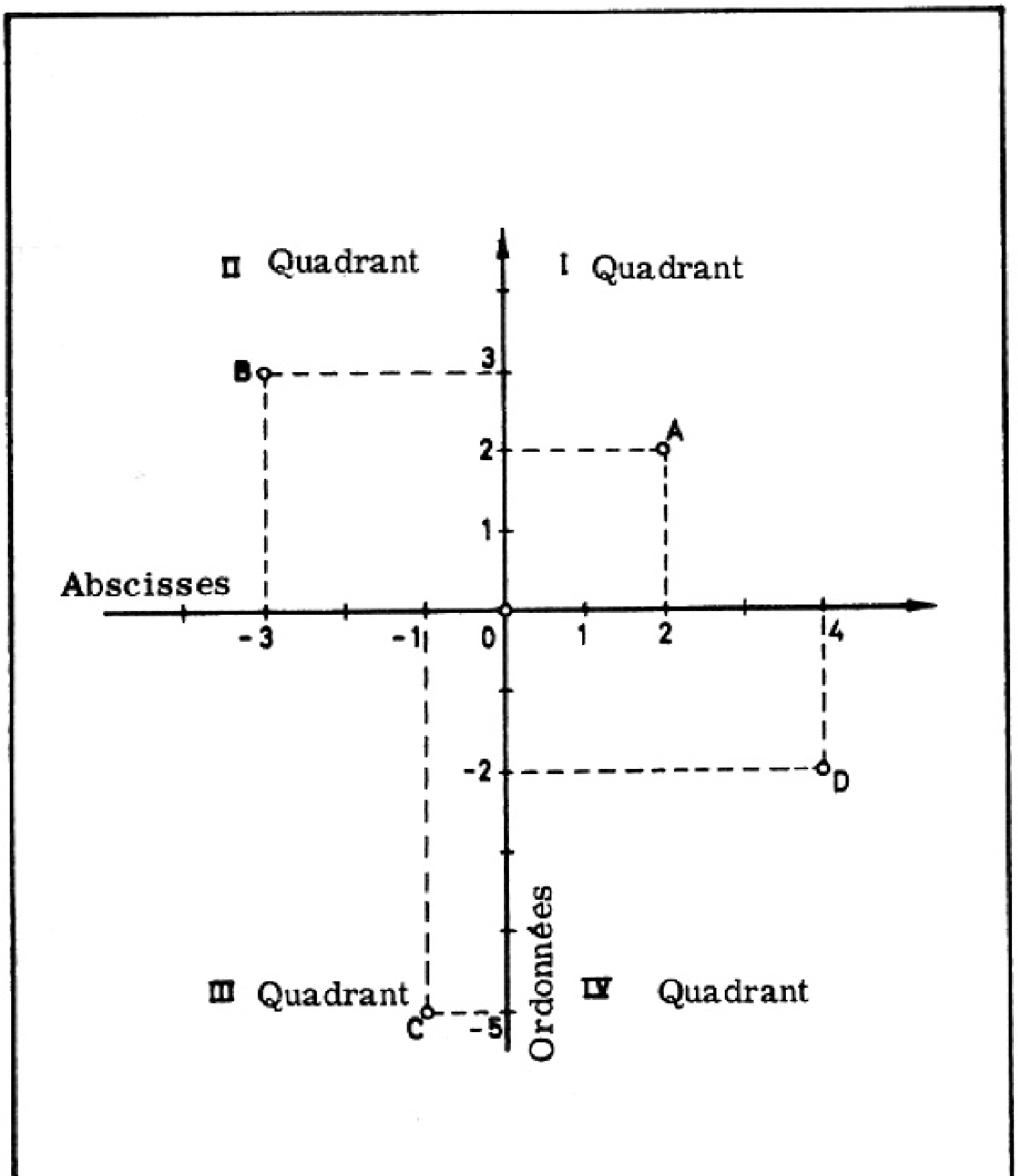

II Quadrant
I Quadrant
3
B
2
A
1
Abscisses
-3
-1
0
1
2
4
-2
D
III Quadrant
C
-5
Ordonnées
IV Quadrant
DIAGRAMME CARTESIEN

Figure 4

POINT A : la perpendiculaire à l'axe des abscisses indique sur cet axe, la valeur 2 et la perpendiculaire à l'axe des ordonnées indique sur cet axe la valeur 2. Par conséquent, le point A correspond à la valeur d'abscisse 2 et à la valeur d'ordonnée 2.

POINT B : en suivant la même méthode que pour le point A, on trouve que le point B correspond à la valeur d'abscisse -3 et la valeur d'ordonnée 3.

POINT C : il s'avère correspondre à la valeur d'abscisse -1 et à la valeur d'ordonnée -5.

POINT D : il s'avère correspondre à la valeur d'abscisse 4 et à la valeur d'ordonnée -2.

Les graphiques basés sur les règles précédentes s'appellent les DIAGRAMMES CARTESIENS.

Généralement, un diagramme cartésien divise le plan de la feuille en quatre parties, appelées QUADRANTS, séparés entre eux par les deux axes qui se croisent.

Il est intéressant de remarquer que les points compris dans le premier quadrant (voir Figure 4), ont des abscisses et des ordonnées positives ; les points du deuxième quadrant ont des abscisses négatives et des ordonnées positives ; les points du troisième quadrant ont des abscisses et des ordonnées négatives ; enfin, les points du quatrième quadrant ont des ordonnées négatives et des abscisses positives.

En combinant judicieusement les abscisses positives et négatives, avec les ordonnées positives et négatives, on peut représenter chaque point du plan, au moyen d'un couple de valeurs (abscisse et ordonnée) appelé génériquement COORDONNEES DU POINT.

Habituellement, pour désigner un point d'une représentation graphique plane, on écrit les valeurs des coordonnées entre parenthèses (après la lettre majuscule constituant le nom du point), en mettant toujours en premier, la valeur d'abscisse et ensuite la valeur d'ordonnée.

Par exemple, pour désigner les points de la Figure 4, on écrit en abrégé :

A (2 ; 2) ; B (3 ; 3) ; C (-1 ; -5) ; D (4 ; -2).

Il faudra avoir toujours à l'esprit cette écriture abrégée, chaque fois qu'un point du graphique sera indiqué par ses coordonnées, ou chaque fois qu'un couple de valeurs sera représenté au moyen d'un point du plan.

1 – 2 – APPLICATION DU DIAGRAMME CARTESIEN

En nous servant du système d'axes cartésiens, nous allons maintenant construire une représentation graphique de la loi d'Ohm, que nous avons déjà étudiée du point de vue des expressions mathématiques littérales (les formules), au cours de la précédente leçon de mathématiques.

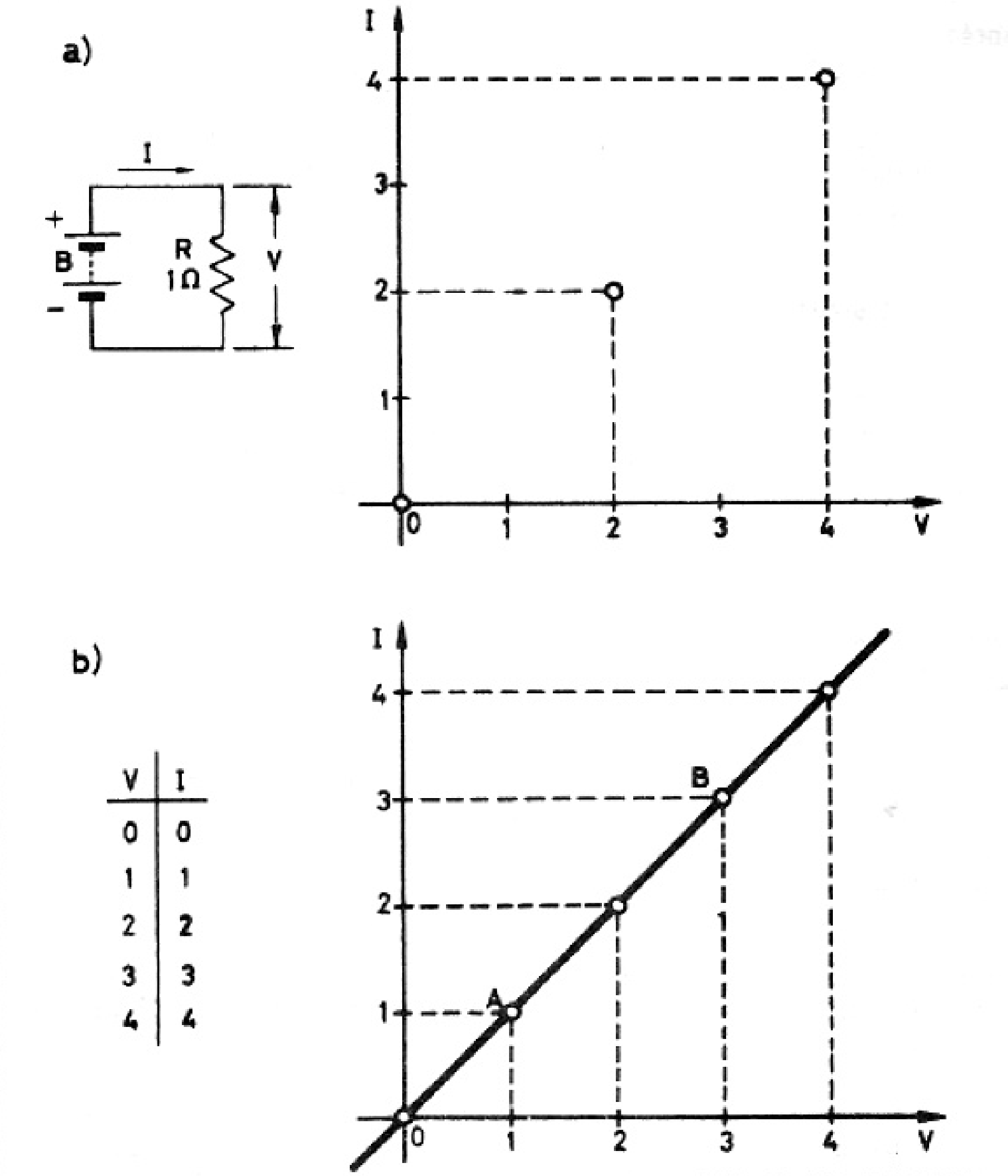
Considérons le cas d'un circuit formé par une batterie de pile (B) et par une résistance (R) ayant la valeur de 1 ohm (Figure 5-a) ; en outre, admettons que dans la résistance R se trouve pratiquement concentrée toute la résistance du circuit.

Puisque la tension d'une batterie est constante, si nous voulons représenter graphiquement la loi d'ohm, nous devons imaginer d'utiliser successivement plusieurs batteries fournissant plusieurs valeurs de tension, de façon à appliquer à la résistance des tensions croissantes allant de un volt, à deux volts, à quatre volts et au-delà).

Par conséquent, nous pourrons déterminer pour chaque valeur de tension (V), une valeur d'intensité (I) bien définie, qui d'après la loi d'Ohm sera d'autant plus élevée que la tension de la batterie sera elle-même plus importante.

Au commencement, lorsque la batterie n'est pas encore raccordée, aucune tension n'est appliquée à la résistance et, de toute évidence, il n'y a pas de courant.

Cet état de choses peut être représenté dans le diagramme de la Figure 5-a, en marquant d'un point l'origine O, qui correspond à la valeur zéro de la tension (axe des abscisses) et à la valeur zéro de l'intensité (axe des ordonnées).



POINTS ALIGNES ET DROITE FORMEE PAR LEUR REUNION (Loi d'Ohm)

Figure 5

En raccordant une pile fournissant une tension de deux volts, une intensité passera dans la résistance dont la valeur pourra facilement être déterminée en appliquant la troisième formule de la loi d'Ohm.

$$I = \frac{V}{R} \qquad I = \frac{2}{1} = 2 \text{ ampères}$$

Sur le diagramme de la Figure 5-a, nous indiquons ce nouvel état de choses par un point correspondant à la valeur de tension 2 volts et à la valeur d'intensité 2 ampères.

En raccordant maintenant une batterie fournissant une tension de 4 volts, il passe une nouvelle intensité dont la valeur peut être calculée de la même façon qu'auparavant :

$$I = \frac{V}{R} \qquad I = \frac{4}{1} = 4 \text{ Ampères.}$$

Sur le diagramme de la Figure 5-a, nous indiquons ce dernier état de choses par un point correspondant à la valeur de tension de 4 volts et à la valeur d'intensité du courant de 4 ampères.

En répétant ce procédé, nous pourrons introduire dans le diagramme autant de points qu'il y a de valeurs de tension à prendre en considération et de valeurs d'intensité correspondantes, calculées au moyen de la loi d'Ohm. Limitons-nous à trois points qui seront suffisants pour nous permettre de poursuivre notre étude.

Reportons le diagramme de la Figure 5-a sur la Figure 5-b. Si le tracé des axes et la détermination des trois points ont été effectués avec la précision voulue, comme sur la figure, on peut voir directement sur ce dessin, que les trois points se trouvent alignés sur une droite.

CETTE DROITE INCLINEE, PASSANT PAR L'ORIGINE DU SYSTEME DES AXES, CONSTITUE LE GRAPHIQUE DE LA LOI D'OHM, DANS LE CAS PARTICULIER D'UN CIRCUIT AYANT UNE RESISTANCE DE 1 OHM.

La vérification est très simple. En partant d'une valeur de tension non encore prise en considération, mais indiquée sur l'axe des abscisses, on trace la perpendiculaire à ce même axe, jusqu'à rencontrer la droite du graphique.

A partir du point de rencontre, on trace la perpendiculaire à l'axe des ordonnées, déterminant ainsi sur ce même axe, la valeur d'intensité correspondant à la valeur de tension choisie.

Les deux valeurs, celle de la tension et celle de l'intensité, ainsi que la valeur de résistance (1 ohm), devront satisfaire à l'égalité établie par la loi d'Ohm.

EXEMPLES :

1) Prenons la valeur de 1 volt pour la tension. En correspondance avec la valeur 1 prise sur l'axe des abscisses, traçons la perpendiculaire qui rencontre la droite du graphique au point A (Figure 5-b).

A partir du point A, traçons la perpendiculaire à l'axe des ordonnées ; elle indique sur cet axe la valeur 1, c'est-à-dire, la valeur de 1 ampère (intensité).

Remplaçons maintenant la valeur donnée de 1 volt, la valeur trouvée de 1 ampère et la valeur donnée précédemment de 1 ohm (résistance) dans la troisième formule de la loi d'Ohm.

$$I = \frac{V}{R} \qquad 1 = \frac{1}{1} \qquad 1 = 1.$$

Puisque le second membre 1/1 (c'est-à-dire 1 divisé par 1) est égal à 1, il est donc égal au premier membre, nous pouvons conclure que la loi d'Ohm est satisfaite et que le point A appartient effectivement au graphique de cette loi.

2) Supposons la valeur de trois volts. En correspondance avec le trois des abscisses, traçons la perpendiculaire, qui rencontre la droite du graphique au point B (Figure 5-b).

A partir du point B, traçons la perpendiculaire à l'axe des ordonnées ; elle indique sur ce même axe, la valeur 3, c'est-à-dire trois ampères. Remplaçons maintenant les valeurs 3 volts, 3 ampères et 1 ohm dans la troisième formule de la loi d'Ohm.

$$I = \frac{V}{R} \qquad 3 = \frac{3}{1} \qquad 3 = 3.$$

Dans ce cas aussi, l'égalité entre les deux membres de la formule est satisfaite. Nous pouvons donc conclure que le point B, tout comme le point A, appartient effectivement au graphique de la loi d'Ohm.

On pourrait présenter de nombreux autres exemples de ce genre, en choisissant à volonté la valeur de la tension et en utilisant la droite du graphique pour déterminer sur l'axe des ordonnées, la valeur de l'intensité

Tous les calculs faits de cette façon, démontreraient toujours que les points de la droite inclinée représentent le lien existant entre la tension et l'intensité, tout comme les formules de la loi d'Ohm représentent ce même lien.

Ainsi, la droite inclinée passant par l'origine du diagramme et les trois formules de la loi d'Ohm peuvent être considérées comme équivalentes entre elles.

Cependant, nous ne sommes parvenus à ce résultat qu'en considérant le cas particulier dans lequel la résistance du circuit est égale à 1 ohm ; au cours de la prochaine leçon de Mathématiques, nous étendrons nos considérations au cas plus général dans lequel la résistance du circuit présente une valeur quelconque.

2 – COMPLEMENT D'ARITHMETIQUE : LES NOMBRES RELATIFS

Dans le graphique de la température (Figure 2), on a utilisé le signe moins pour distinguer les valeurs en-dessous de zéro, de celles au-dessus de zéro.

Par la suite, le même signe a été introduit pour distinguer les abscisses négatives des abscisses positives et les ordonnées négatives, des positives. Par la simple adjonction de ce signe, on a créé une nouvelle numérotation :

..... ; – 6, – 5, – 4, – 3, –2, –1, 0.

à côté de la numérotation ordinaire :

0, 1, 2 , 3, 4, 5, 6, ...

Les deux numérotations ont en commun le point de référence, c'est-à-dire le zéro. Pour la première, le zéro représente le point d'arrivée, tandis que pour la seconde, il représente le point de départ.

Cela veut dire, que pour compter en valeurs croissantes en partant d'un nombre de la première numérotation, on procède à rebours jusqu'à zéro et l'on continue ensuite à compter de façon normale avec les nombres de la seconde numérotation.

Par exemple, en partant de − 5, on dira : moins cinq, moins quatre, moins trois, moins deux, moins un, zéro, un, deux, trois, quatre, etc...

En observant l'ordre de ce compte, nous remarquons que tous les nombres de la première numérotation sont considérés comme étant plus petits que zéro et tous les nombres de la seconde numérotation, sont considérés plus grands que zéro, ce qui est naturel.

Les nombres plus petitsque zéro sont toujours précédés du signe −; ils sont appelés NOMBRES NEGATIFS ; les nombres les plus grands que zéro, qui, souvent, ne sont précédés d'aucun signe, sauf quelquefois du signe + , s'appellent NOMBRES POSITIFS.

On ne peut pas considérer le zéro comme négatif, mais il n'est pas non plus positif, puisqu'il est l'élément séparateur entre les deux catégories de nombres.

Les nombres négatifs, le zéro et les nombres positifs sont appelés génériquement NOMBRES RELATIFS. On peut les représenter convenablement dans leur ensemble au moyen des axes des abscisses et des ordonnées présentés par la Figure 3.

Au moyen des nombres relatifs ainsi définis, on peut exécuter toutes les opérations de l'arithmétique, en appliquant une règle extrêmement simple, connue sous le nom de la REGLE DES SIGNES.

Pour énoncer cette règle de façon claire, nous devons d'abord établir la convention suivante . Nous écrirons les nombres négatifs avec leur propre signe et nous les enfermerons chacun dans une parenthèse.

Par exemple nous écrirons (–7), (–8), (–5), etc... ; en outre, nous enfermerons également entre parenthèses les nombres positifs avec un signe + . Par exemple, nous écrirons : (+ 1), (+ 9), (+ 5), etc ...

Cette convention admise, nous pouvons exprimer la règle des signes dans les termes suivants :

REGLE DES SIGNES

1) Le signe + avec le signe + donne comme résultat le signe +
2) Le signe – avec le signe – donne comme résultat le signe +
3) Le signe – avec le signe + donne comme résultat le signe –
4) Le signe + avec le signe – donne comme résultat le signe –.

La règle telle que nous venons de l'énoncer, semble quelque peu mystérieuse, mais il suffira de voir comment on effectue les quatre opérations fondamentales de l'arithmétique, pour lui enlever tout aspect de mystère.

2 – 1 – ADDITION DES NOMBRES RELATIFS

Ecrivons tous les nombres à additionner, l'un à la suite de l'autre sur la même ligne, chacun d'eux placé entre parenthèses ;

EXEMPLES :

1) $(+351) + (-51) = 351 - 51 = 300$

Pour effectuer ce calcul de la façon indiquée, nous devons faire les opérations suivantes ;

- le nombre positif (+ 351) a exactement la même signification que les nombres ordinaires et après le signe d'égalité, on l'écrit donc de la manière habituelle, à savoir 351 sans signe et sans parenthèse ;

- le nombre négatif (–51) est différent des nombres ordinaires, nous pourrions donc nous trouver dans l'incertitude sur la façon de l'écrire ; mais ici intervient la règle des signes : le signe + de l'addition se trouve avec le signe – du nombre négatif, donc en nous basant sur la règle (point 4), nous pouvons écrire après le signe d'égalité, – 51 au lieu de + (– 51) ;

- après avoir effectué les précédentes transformations, nous nous apercevons que l'addition devient pratiquement une soustraction tellement simple, que tout le monde peut en trouver le résultat à première vue.

2) $(+78) + (+29) + (-27) = 78 + 29 - 27 = 107 - 27 = 80$

Cette opération est légèrement plus complexe que la précédente, mais le procédé reste le même :

- on écrit (+ 78) sous sa forme ordinaire, à savoir 78 ;

- on considère le nombre suivant et, en respectant la règle des signes (point 1), on écrit + 29 au lieu de + (+ 29).

- en appliquant encore la régle des signes (point 4), on écrit –27 au lieu de + (– 27) ;

- on additionne 78 et 29, et on soustrait 27 de la somme obtenue.

3) $(+21) + (+132) + (-14) + (-9) = 21 + 132 - 14 - 9$
$= 153 - 14 - 9 = 153 - (14 + 9) = 153 - 23 = 130.$

Dans cette nouvelle opération, la difficulté ne consiste plus à appliquer la règle des signes, le procédé étant maintenant connu, mais dans la transformation.

En effet, après le premier signe = apparaissent deux soustractions qui sont conservées dans l'égalité suivante : 153 – 14 – 9 (après addition de 21 + 132).

Pour effectuer des soustractions dans des cas semblables, lorsqu'elles sont deux et même plus de deux, il convient d'additionner d'abord tous les nombres à soustraire, c'est-à-dire les nombres précédés du signe – et de soustraire ensuite cette somme obtenue du premier nombre.

Dans l'exemple, on a indiqué entre parenthèses, l'addition supplémentaire en écrivant –(14 + 9) ; ensuite, on a soustrait du premier nombre 153, le résultat de cette somme supplémentaire à savoir 23.

4) $(-5) + (+36) + (+371) + (-60) + (+7)$
$= -5 + 36 + 371 - 60 + 7 = 36 + 371 + 7 - 5 - 60$
$= 414 - (5 + 60) = 414 - 65 = 349.$

Dans cette opération, on a enlevé toutes les parenthèses, en appliquant la règle des signes et on a transcrit le premier nombre à additionner (-5), comme on écrit normalement les nombres négatifs, à savoir sous la forme -5.

Toutefois, en observant le résultat de la transformation, on remarque que les nombres précédés du signe + et ceux repérés du signe – sont mélangés entre eux.

Pour rendre les calculs plus rapides, il convient de les séparer de façon à avoir d'une part tous les nombres à additionner et d'autre part, tous les nombres à soustraire. Après avoir changé l'ordre des nombres, on effectue les calculs comme dans l'exemple précédent.

5) $(-9) + (+21) + (-16) = -9 + 21 - 16 = 21 - 9 - 16$
$= 21 - (9 + 16) = 21 - 25.$

Par cette dernière opération (qui s'effectue de la même manière que les précédentes), un fait nouveau est survenu : le résultat final indique que l'on devrait soustraire d'un nombre 21, un nombre plus grand que le précédent, à savoir 25.

Dans l'arithmétique ordinaire, des soustractions de ce genre, où le second nombre est supérieur au premier, sont considérées comme étant impossibles.

Nous verrons bientôt qu'avec les nombres relatifs, toutes les soustractions deviennent possibles. Dans ce cas particulier, le résultat de l'opération sera $21 - 25 = -4$; la différence est donc constituée par un nombre négatif.

2 – 2 – SOUSTRACTION DES NOMBRES RELATIFS

Avant d'étudier la soustraction entre nombres relatifs choisis au hasard, considérons la soustraction entre deux nombres positifs, que nous écrirons avec le signe + et entre parenthèses.

EXEMPLES :

1) (+ 171) – (+ 77) = 171 – 77 = 94.

Comme dans les exemples de l'addition, le premier terme est simplement transcrit sous la forme ordinaire, en mettant après le signe d'égalité 171 (au lieu de (+ 171).

Ensuite, en appliquant la règle des signes (point 3) on écrit – 77 à la place de – (+ 77) ; le résultat donne une soustraction qui doit être effectuée selon les règles de l'arithmétique ordinaire.

2) (+ 77) – (+ 171) = 77 – 171.

Les nombres utilisés dans cette opération sont les mêmes que dans l'exemple précédent et le procédé de transformation au moyen de la règle des signes est toujours le même.

Le second chiffre est plus élevé que le premier ; nous nous trouvons donc en face d'un cas de soustraction impossible à effectuer selon les règles de l'arithmétique ordinaire.

Toutefois, dans l'arithmétique des nombres relatifs, cette soustraction devient possible et acquiert une signification bien définie.

Voyons d'abord le procédé de calcul.

Dans les cas de ce genre, lorsque le second nombre est plus grand que le premier, on change de place les deux termes de la soustraction et on effectue cette nouvelle soustractionde la façon habituelle.

On écrit la différence en faisant précéder le nombre du signe – ; le nombre négatif obtenu par ce procédé constitue le résultat de l'opération.

Reprenons maintenant la soustraction $77 - 171$, et suivons point par point le procédé de calcul ;

$77 - 171 = ?$

en échangeant les termes entre eux, on obtient :

$171 - 77 = 94$

en faisant précéder la différence du signe –, on écrit : -94 ;

Ceci est le résultat final de l'opération ; nous pouvons maintenant compléter l'égalité laissée en suspens en écrivant : $77 \cdot 171 = -94$.

Par le même procédé de calcul, contrôlons maintenant le résultat du dernier exemple de l'addition. Le nombre négatif -4, avait alors été indiqué comme résultat de l'opération. Pour l'obtenir, reprenons les calculs au point où ils avaient été interrompus :

$21 - 25 = ?$

en échangeant les termes, on obtient :

$25 - 21 = 4$

en ajoutant le signe – à la différence et en complétant l'égalité primitive on obtient :

$21 - 25 = -4.$

le résultat indiqué était donc exact.

Considérons maintenant d'autres exemples de soustraction entre des nombres relatifs, choisis au hasard.

3) $(-4\,571{,}09) - (-0{,}99) = -4\,571{,}09 + 0{,}99$
$= 0{,}99 - 4\,571{,}09 = -4570{,}10$

Le premier terme étant constitué par un nombre négatif, on l'écrit en enlevant la parenthèse, mais en laissant le signe – ; le second terme étant constitué par un nombre négatif précédé du signe – de la soustraction se transforme en un nombre précédé du signe +.

Ceci s'effectue conformément à la règle des signes (point 2) qui établit que le signe – avec le signe – donne comme résultat le signe "PLUS".

Après avoir effectué la transformation, on change l'ordre des termes en mettant en premier le nombre positif + 0,99 et en l'écrivant sous la forme habituelle, à savoir sans le signe +

Après l'échange des termes, il nous reste à effectuer la soustraction entre les deux nombres ; comme il s'agit d'une soustraction dans laquelle le deuxième nombre est plus grand que le premier, on procède de la façon suivante, qui a déjà été décrite précédemment.

$$0{,}99 - 4\,571{,}09 = \ ?$$

$$4\,571{,}09 - 0{,}99 = 4\,570{,}10$$

En ajoutant le signe – à la différence et en complétant la première égalité, on obtient :

$$0{,}99 - 4\,571{,}09 = -\ 4570{,}10$$

4) $(+\ 45) - (-\ 35) = 45 + 35 = 80$

En transcrivant sous la forme ordinaire le premier terme de la soustraction et en transformant conformément à la règle des signes (point 2), l'expression $-(-35)$ en $+\ 35$, on a pour résultat une addition très simple dont le calcul est immédiat.

En observant les exemples d'addition et de soustraction des nombres relatifs, nous remarquons que parfois l'addition se transforme pendant le calcul en une soustraction et que, vice versa, la soustraction se transforme quelquefois en addition.

Ces transformations qui proviennent de l'application de la règle des signes, montrent que dans le domaine des nombres relatifs, il n'y a pratiquement pas de différence entre addition et soustraction.

Par conséquent, dans le langage mathématique, on donne à ces deux opérations le nom générique de SOMME DE NOMBRES RELATIFS ou aussi SOMME ALGEBRIQUE.

Tous les exemples de calculs précédents sont des SOMMES DE NOMBRES RELATIFS.

Cette précision apportée, il reste encore à voir la signification que l'on doit attribuer à la différence entre deux nombres relatifs lorsque le second nombre est plus grand que le premier, c'est-à-dire lorsque le résultat de l'opération obtenu selon la règle indiquée précédemment est un nombre négatif.

Pour rendre plus claire la signification des opérations de ce type, qui n'existent pas dans l'arithmétique ordinaire, considérons un exemple de calcul très simple.

En effectuant la somme :

$$(+3) + (-4) = 3 - 4 = -1$$

on obtient comme résultat, le nombre relatif – 1. La signification de cette somme s'entend comme suit :

- du nombre 3, nous enlevons 4 unités : nous en ôtons d'abord 3 et nous obtenons 0, puis, en entrant dans le domaine des nombres négatifs, nous enlevons une quatrième unité et nous arrivons à – 1, qui est justement le résultat de l'opération.

Les opérations de ce genre, peuvent acquérir une signification physique bien définie ; par exemple, imaginons d'additionner dans un circuit deux tensions, l'une de 8 volts positifs et l'autre de 14 volts négatifs et demandons-nous quelle est la valeur de la tension résultante.

Le problème se résoud facilement par une somme de nombres relatifs.

$$(+8) + (-14) = 8 - 14 = -6 \text{ volts}$$

la tension résultante est de – 6 volts, soit 6 volts négatifs.

2 – 3 – MULTIPLICATION ET DIVISION DES NOMBRES RELATIFS

Ces deux opérations s'effectuent par les procédés normaux du calcul de l'arithmétique ordinaire, sans aucune exception ; le seul problème nouveau est lorsque, à la fin,du calcul on doit décider SI LE RESULTAT EST UN NOMBRE POSITIF OU UN NOMBRE NEGATIF.

A cette fin, on fait de nouveau appel à la règle des signes, en considérant respectivement le signe du premier facteur et celui du deuxième, ou le signe du dividende et celui du diviseur.

EXEMPLES DE MULTIPLICATION

1) $(+ 0{,}5) \times (+ 44) = + 22$, ou simplement 22.

Puisque le premier et le second facteurs sont précédés du signe +, en nous basant sur la règle des signes (point 1) le produit doit avoir le signe +.

2) $(- 0{,}91) \times (- 7{,}5) = + 682{,}5$.

Puisque le premier et le second facteur sont précédés du signe –, en nous basant sur la règle des signes (point 2), le produit doit avoir le signe +.

3) $(-37{,}21) \times (+ 6) = - 223{,}26$.

Puisque le premier facteur est précédé du signe – et le second facteur du signe +, le produit doit avoir le signe – (en nous basant sur la règle des signes point 3).

4) $(+ 491) \times (- 0{,}5) = - 245{,}5$.

Puisque le premier facteur est précédé du signe + et le second facteur du signe –, en nous basant sur la règle des signes (point 4), le produit doit avoir le signe –.

EXEMPLES DE DIVISION

1) (+ 1 272) : (+ 6) = + 212 ou simplement 212.

Le dividende et le diviseur sont précédés du signe + , donc le quotient, en nous basant sur la règle des signes, doit avoir le signe +.

2) (−625) : (−25) = + 25 ou simplement 25 (règle des signes-point 2)

3) (−1 272) : (+ 12) = − 106 (règle des signes-point 3)

4) (+ 341 751) : (− 17) = −20,103 (règle des signes-point 4).

Arrêtons là l'étude des nombres relatifs ; nous la compléterons au cours d'une autre leçon de mathématiques, lorsque nous considérerons l'opération de l'ELEVATION A LA PUISSANCE.

Nous approfondirons l'étude des représentations graphiques, en illustrant en détail la correspondance que l'on peut établir entre les éléments d'un graphique et les éléments d'une formule.

EXERCICE DE REVISION SUR MATHEMATIQUES 2

1) Qu'est-ce que le système de référence de la représentation graphique ?

2) Que sont les coordonnées des points dans une représentation graphique plane ?

3) Qu'est-ce que le graphique ?

4) Que sont les axes d'un système de référence ?

5) Comment sont disposés les deux axes d'un diagramme cartésien ?

6) Le graphique et la formule d'une loi physique donnée, sont-ils équivalents entre eux ?

7) Que sont les nombres relatifs ?

8) Est-il possible d'effectuer les quatre opérations fondamentales de l'arithmétique avec des nombres relatifs ?

9) Quand applique-t-on la règle des signes ?

10) Effectuez les opérations suivantes :

Somme de nombres relatifs –
$(+91) + (-6) - (-0{,}525) + (-73{,}525)$; $(-73{,}573) + (-471{,}437) - (-21)$; $(-921) - (-7{,}381) + (+42) + (-0{,}37)$; $(+0{,}379) - (+2{,}621) + (-99) - (-64)$.

Multiplication de nombres relatifs –
$(-451) \times (+0{,}3)$; $(+62{,}3) \times (-0{,}021)$; $(+632) \times (-2{,}5)$;
$(+451) \times (+0{,}3)$; $(-451) \times (-0{,}3)$; $(-179) \times (+14)$;
$(-0{,}2) \times (-0{,}2)$; $(-137) \times (-137)$.

Division de nombres relatifs –
$(+164) : (+41)$; $(-164) : (-41)$; $(-164) : (+41)$;
$(+164) : (-41)$; $(-625) : (-75)$; $(+3\,250) : (-75)$;
$(-252{,}52) : (+35)$.

REPONSES A L'EXERCICE DE REVISION SUR MATHEMATIQUES 1

1) Les formules sont des expressions mathématiques dans lesquelles apparaissent : des lettres de l'alphabet en remplacement des noms des grandeurs données, des symboles des opérations à effectuer, un symbole d'égalité qui exprime le lien existant entre une grandeur et les autres grandeurs représentées dans l'expression.

2) Des formules exprimant de façon différente le même lien entre les grandeurs données sont appelées équivalentes.

3) OUI ; il est possible d'obtenir au moyen de calculs particuliers, toutes les formules équivalentes à partir d'une formule donnée.

4) OUI ; les multiplications R x I et I x R ont le même résultat, parce que dans une multiplication, on peut interchanger l'ordre des facteurs sans que pour cela, change la valeur du produit.

5) NON ; les formules $A = B \times C$ et $B = C / A$ ne sont pas équivalentes conformément à la Règle 5, ou conformément à la Règle 6 du calcul littéral.

6) Les formules équivalentes exprimant le lien entre quatre grandeurs variables, sont au nombre de quatre : une pour chaque grandeur variable.

7) MULTIPLICATION

```
    301,41
  x  70,02
  --------
     60282
  210987
  --------
  21104,7282
```

CONTROLE
(Calcul Mental)

1) $3 + 1 + 4 + 1 = 9$; 0.
2) $7 + 2 = 9$; 0.
3) $0 \times 0 =$ 0.
4) $2 + 1 + 1 + 4 + 7 + 2 + 8 + 2 = 27$;
$2 + 7 = 9$; 0.

8) NON ; il existe des divisions pour lesquelles il est impossible d'obtenir un quotient exact.

9) S'il n'est pas possible d'obtenir un quotient exact, ou s'il est fastidieux de calculer toutes les décimales de celui-ci, le résultat de la division s'exprime sous forme de valeur approximative.

10) Lorsque la dernière décimale est plus grande que 5, on utilise la valeur approximative par excès ; lorsque la dernière décimale est plus petite que 5, on utilise la valeur approximative par défaut ; si la dernière décimale est égale à 5, on peut utiliser indifféremment la valeur approximative par excès ou la valeur approximative par défaut.