

I. LES TECHNIQUES DE MODULATION ANALOGIQUES

La voie hertzienne constitue une voie de transmission très intéressante. L'information analogique à transmettre se situe le plus souvent dans la bande audio, $f_{\max} = 10$ kHz. Si on essaie de transmettre l'information analogique telle qu'elle sans traitement particulier, on est confronté à un certain nombre de problèmes :

- Les fréquences basses se prêtent mal à la transmission par voie hertzienne surtout à cause du problème d'antenne.
- Problème de sélectivité au niveau des récepteurs qui seront incapables de séparer deux signaux issus de deux émetteurs différents du moment qu'ils émettent dans la même gamme de fréquence.

Ces conditions nous amènent à introduire la notion d'onde porteuse, qui est un signal sinusoïdal de fréquence très élevée par rapport à la fréquence du signal à transmettre. La fréquence de la porteuse est choisie en fonction du milieu de transmission utilisé pour avoir les meilleures conditions de propagation possibles.

Si on note la porteuse $c(t) = A_c \cos(2\pi f_c t + \varphi_c)$, et $m(t)$ le signal information à transmettre, il y a différentes façons de combiner $m(t)$ avec $c(t)$:

- Modulation d'amplitude : le signal $m(t)$ agit sur l'amplitude A_c de $c(t)$.
- Modulation de fréquence : le signal $m(t)$ agit sur la fréquence f_c de $c(t)$.
- Modulation de phase : le signal $m(t)$ agit sur la phase φ_c de $c(t)$.

I.1 Modulation d'amplitude

La modulation d'amplitude consiste à faire agir le signal modulant $m(t)$ sur l'amplitude de la porteuse. On réalise une modulation d'amplitude quand on a fabriqué le signal AM suivant :

$$s(t) = A_c (1 + k_a m(t)) \cos(2\pi f_c t)$$

- k_a est la sensibilité du modulateur

- $m = k_a A_m$ est l'indice de modulation (A_m est l'amplitude max du signal $m(t)$)

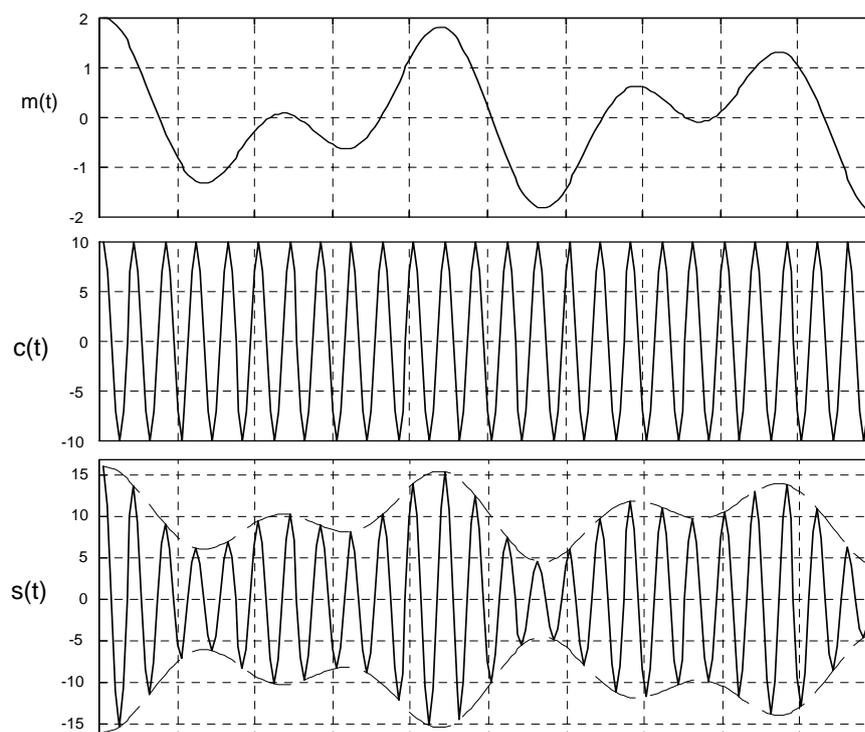


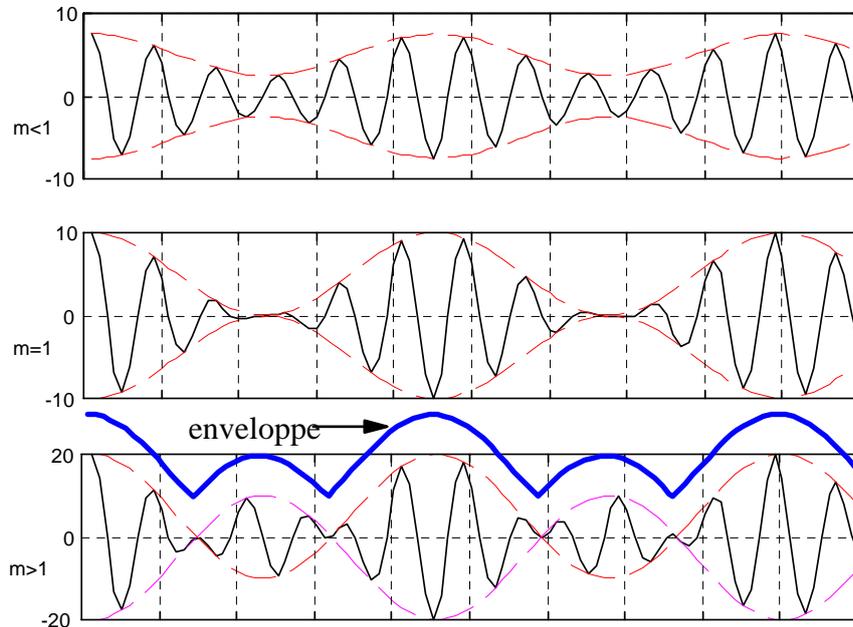
Fig. 8.2 : Illustration de la modulation d'amplitude

Si on observe $s(t)$ on constate que $m(t)$ en constitue l'enveloppe, ce ci à condition de prendre quelque précaution concernant l'indice de modulation.

Pour simplifier, prenons un signal modulant $m(t)$ purement sinusoidal (constitué d'un seul harmonique), et réalisons la modulation (*single tone modulation*).

$$m(t) = A_m \cos(2\pi f_m t) \Rightarrow s(t) = A_c (1 + m \cos(2\pi f_m t)) \cos(2\pi f_c t)$$

Suivant la valeur de l'indice de modulation m , on peut obtenir un des 3 cas de la Figure 8.3



L'enveloppe ressemble au signal modulant $m(t)$

L'enveloppe ressemble au signal modulant $m(t)$, mais on est à la limite.

L'enveloppe ne ressemble plus au signal modulant $m(t)$, on dit qu'il y a surmodulation.

Fig. 8.3 : Influence de l'indice de modulation sur le signal AM

Conclusion : En modulation d'amplitude, il faut toujours respecter la relation :

$$m = k_a A_m < 1$$

I.1.1 Description dans le domaine spectral

$$s(t) = A_c (1 + m \cos(2\pi f_m t)) \cos(2\pi f_c t)$$

$$= A_c \cos(2\pi f_c t) + \frac{mA_c}{2} \cos(2\pi(f_c + f_m)t) + \frac{mA_c}{2} \cos(2\pi(f_c - f_m)t)$$

$$S(f) = \frac{A_c}{2} (\delta(f - f_c) + \delta(f + f_c)) + \frac{mA_c}{4} (\delta(f - f_c - f_m) + \delta(f + f_c + f_m)) + \frac{mA_c}{4} (\delta(f - f_c + f_m) + \delta(f + f_c - f_m))$$

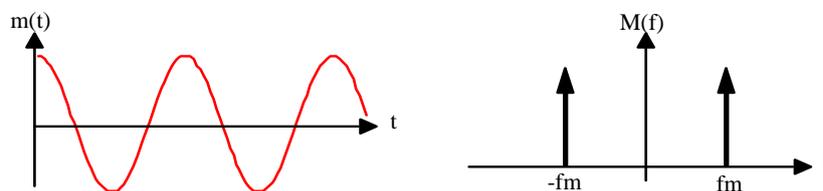


Fig. 8.4 : Spectre du signal modulant

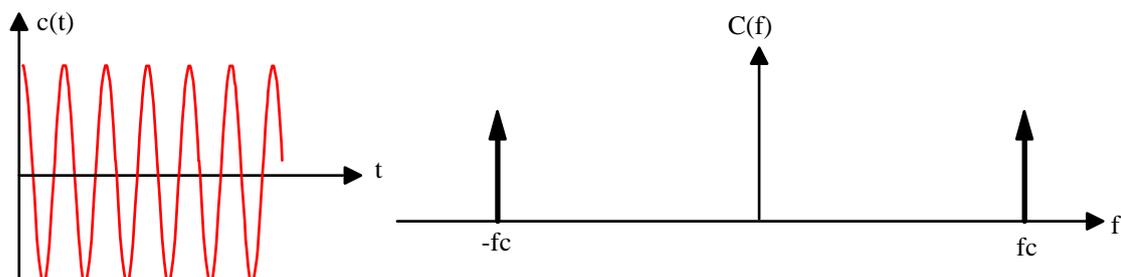


Fig. 8.5 : Spectre de la porteuse

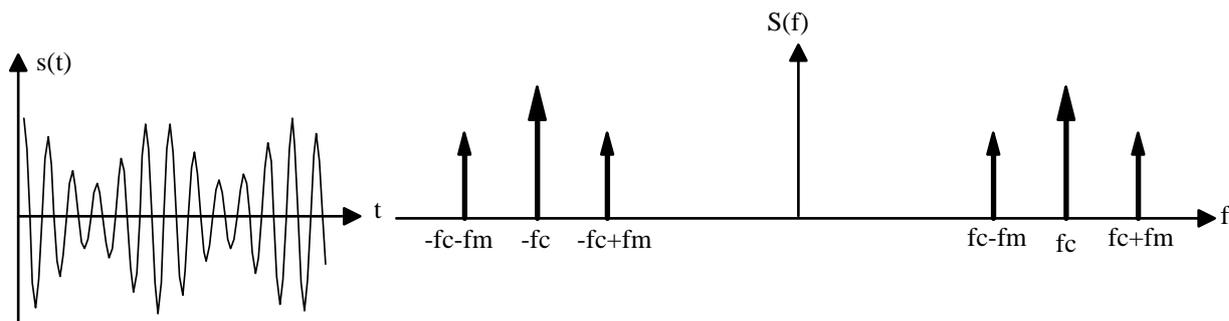


Fig. 8.6 : Spectre d'un signal A-M (single tone modulation)

Dans le cas d'un signal modulant quelconque $m(t)$ dont la transformée de fourrier est $M(f)$, le spectre du signal A-M est le suivant :

$$S(f) = \frac{A_c}{2} (\delta(f - f_c) + \delta(f + f_c)) + \frac{k_a A_c}{2} (M(f - f_c) + M(f + f_c))$$

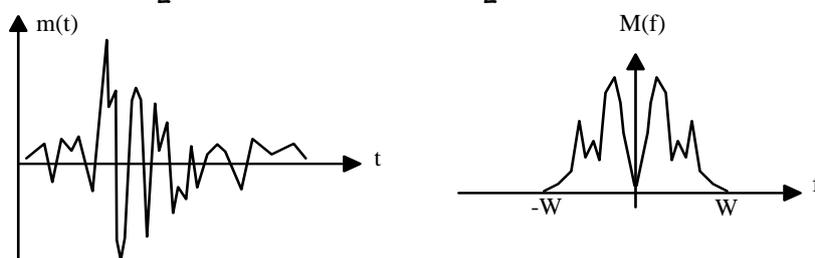


Fig. 8.7 : signal modulant $m(t)$ avec son spectre $M(f)$

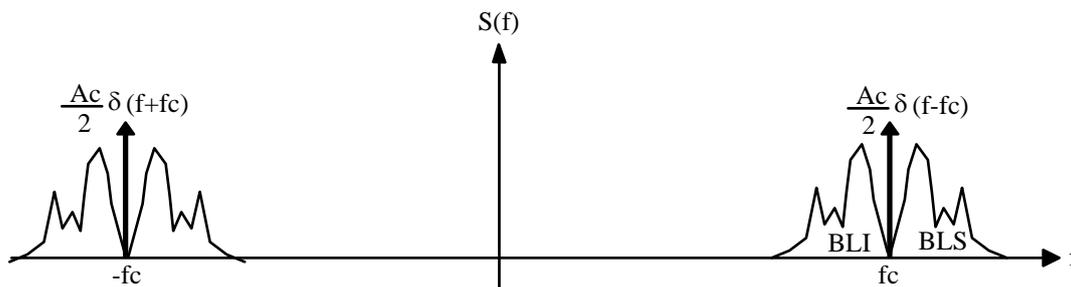


Fig. 8.8 : Spectre d'un signal A-M quelconque

Seule la partie du spectre correspondant aux fréquences positives a une signification physique, puisque la notion de fréquences négatives n'existe pas en réalité. Si on observe la Figure 8.6 on s'aperçoit que le spectre d'un signal A-M comporte les deux bandes latérales du signal modulant. La bande à droite de f_c est dite Bande Latérale supérieure (BLS) et la bande à gauche de f_c est dite Bande Latérale inférieure (BLI). La transmission d'un signal A-M nécessite donc une bande de fréquence égale à deux fois la bande du signal modulant :

$B = 2 W$

Comme toute l'information du signal modulant $m(t)$ se trouve dans une seule bande latérale, on peut essayer de se débarrasser d'une bande latérale pour n'en conserver qu'une seule afin de réduire la bande de transmission. Cette technique de modulation existe et s'appelle modulation d'amplitude à bande latérale unique (SSB : Single Side Band). La mise en œuvre de la modulation SSB est compliquée et coûteuse ce qui limite son utilisation.

Revenons au problème de sélectivité évoqué précédemment, en affectant des fréquences différentes à chaque émetteur, on peut aisément séparer les signaux reçus par simple filtrage.

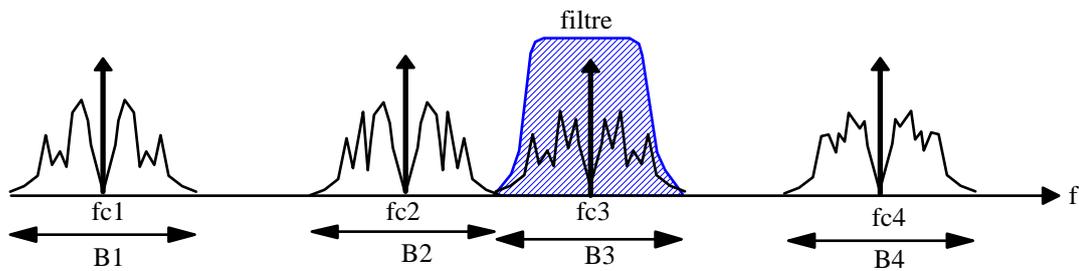


Fig. 8.9 : Sélection d'un canal par filtrage

Chaque porteuse f_{ci} , avec la bande B_i qui lui correspond constitue un canal de transmission, Pour mieux gérer le spectre disponible, on essaie de placer les canaux l'un à coté de l'autre. Pour pouvoir séparer les canaux par filtrage, il ne faut pas qu'il y ait chevauchement entre canaux. Si tous les canaux de transmission ont la même largeur, il suffit de respecter la règle suivante pour deux canaux adjacents i et j : $|f_{ci} - f_{cj}| < B$. Si la nature des signaux à transmettre fait que les canaux n'ont pas la même largeur, il faut respecter : $|f_{ci} - f_{cj}| < B_i/2 + B_j/2$

I.1.2 Modulateur quadratique

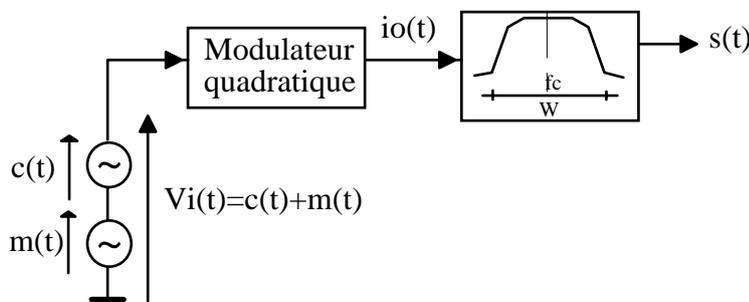


Fig. 8.10 : Structure d'un modulateur quadratique

La modulation quadratique est caractérisée par une relation quadratique entre le courant de sortie $i_o(t)$ du modulateur et sa tension d'entrée $V_i(t)$.

$$i_o(t) = av_i(t) + bv_i^2(t)$$

Si on prend le cas d'un signal modulant purement sinusoïdal, on peut développer l'expression de $i_o(t)$ et constater qu'elle est constituée d'un terme qui correspond à un signal A-M

et de termes non désirés dont on peut se débarrasser grâce à un filtre centré sur f_c et de largeur de bande W .

$$\begin{aligned}
 i_o(t) &= aA_c \cos(\omega_c t) + aA_m \cos(\omega_m t) + bA_c^2 \cos^2(\omega_c t) + bA_m^2 \cos^2(\omega_m t) + 2bA_c A_m \cos(\omega_c t) \cos(\omega_m t) \\
 &= \underbrace{aA_c \cos(\omega_c t)}_{c_1} + \underbrace{aA_m \cos(\omega_m t)}_{c_2} + \underbrace{\frac{b}{2} A_c^2 + \frac{b}{2} A_m^2}_{c_3} + \underbrace{\frac{b}{2} A_c^2 \cos(2\omega_c t) + \frac{b}{2} A_m^2 \cos(2\omega_m t)}_{c_4} + \underbrace{2bA_c A_m \cos(\omega_c t) \cos(\omega_m t)}_{c_6} \\
 &= \underbrace{aA_c \left(1 + \frac{2b}{a} m(t) \right) \cos(\omega_c t)}_{\text{Signal AM}} + \underbrace{am(t) + bm^2(t) + bA_c^2 \cos^2(\omega_c t)}_{\text{Termes non désirés}}
 \end{aligned}$$

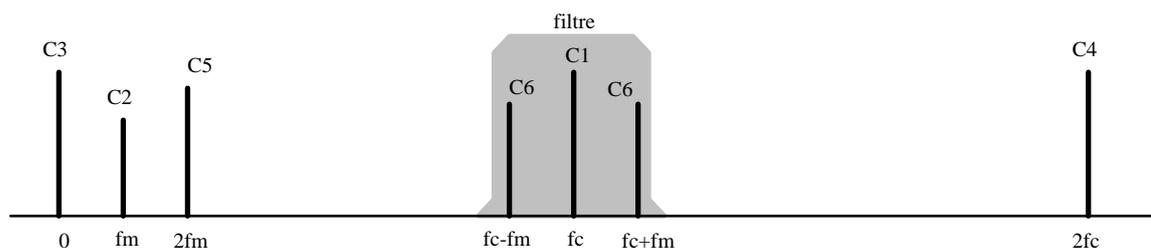
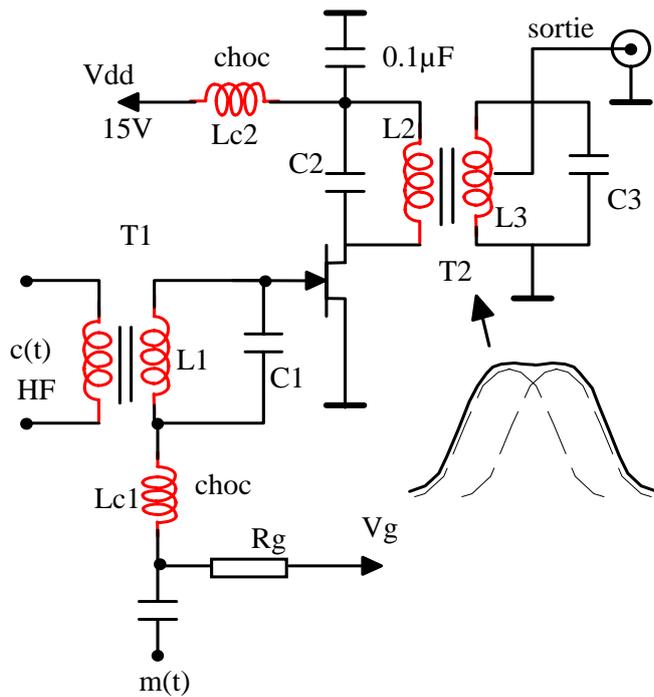


Fig. 8.11 Composantes spectrales du signal $i_o(t)$

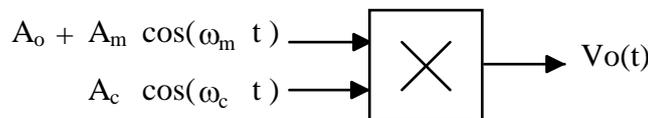


$$JFET : I_D = I_{DSS} \left(1 + \frac{V_{GS}}{V_p} \right)^2$$

- Le signal $c(t)$ est injecté à l'aide du transformateur T1.
- Le circuit accordé L_1C_1 est centré sur f_c pour éliminer les harmoniques introduit par la non linéarité du transformateur.
- Le signal modulant $m(t)$ est injecté à l'aide de la capacité C
- Les deux circuits accordés L_2C_2 et L_3C_3 constituent le filtre de sortie.
- La grille est polarisée par une tension négative V_g à travers R_g .
- La bobine choc L_{c1} empêche la HF de retourner vers $m(t)$ et V_g .
- La choc L_{c2} empêche la HF d'aller vers l'alimentation.

Fig. 8.12 Modulateur quadratique à JFET

I.1.3 Modulateur Multiplieur



$$v_o(t) = K(A_o + A_m \cos(\omega_m t))A_c \cos(\omega_c t) = KA_oA_c \left(1 + \frac{A_m}{A_o} \cos(\omega_m t) \right) \cos(\omega_c t)$$

$$v_o(t) = A'_c (1 + k_a A_m \cos(\omega_m t)) \cos(\omega_c t)$$

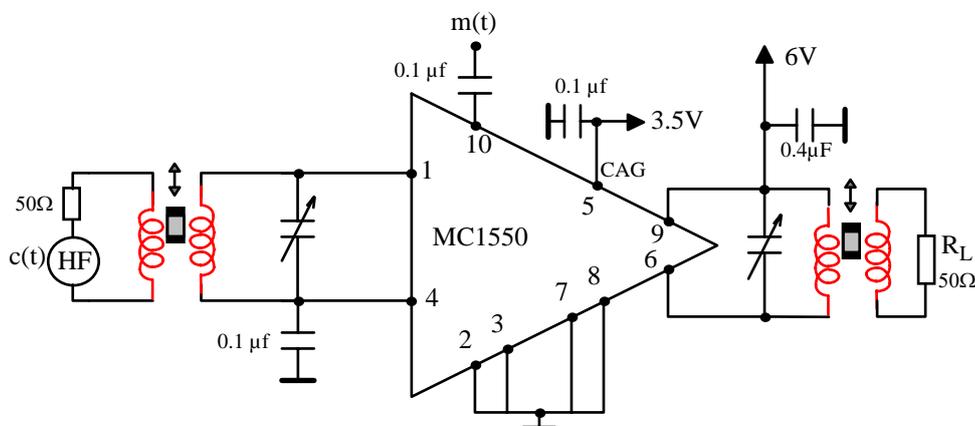


Fig. 8.13 Modulateur A-M avec le multiplieur intégré MC1550 de Motorola

I.1.4 Réception des signaux modulés en Amplitude

La forme la plus simple d'un **démodulateur A-M** est le détecteur d'enveloppe à diode.

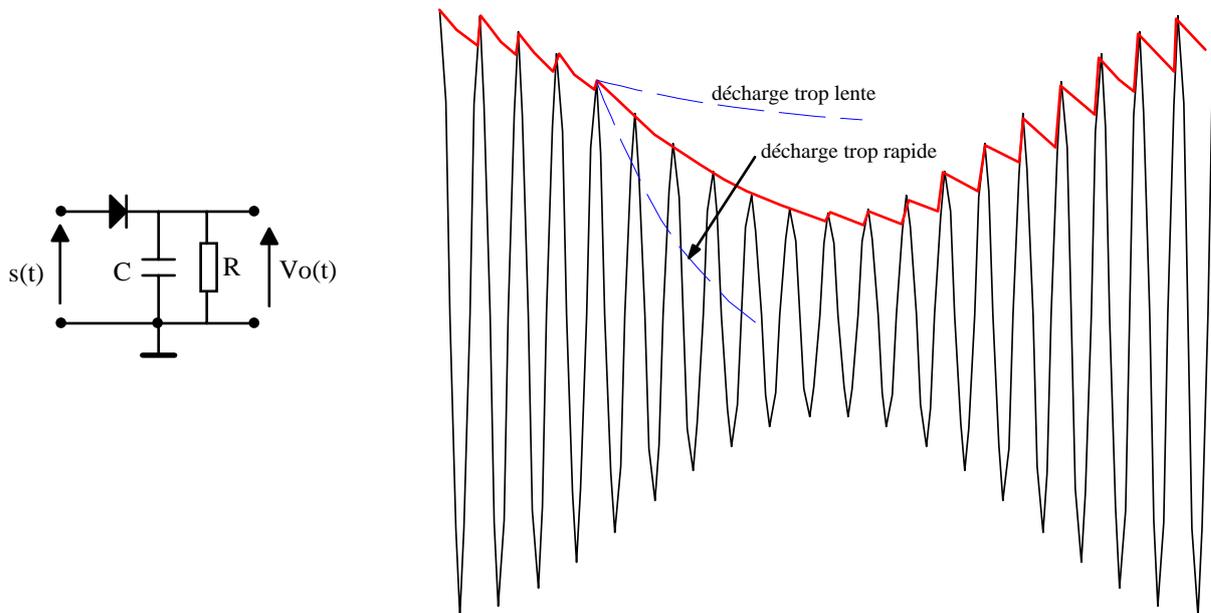


Fig. 8.14 Détecteur d'enveloppe à diode

A chaque alternance, la capacité est chargée jusqu'à la valeur max de $s(t)$, dès que $s(t)$ devient inférieure à cette valeur max, la diode se bloque et la capacité se décharge dans R avec la constante de temps $\tau = RC$. Si τ est trop grande, la décharge est trop lente et la tension de sortie $V_o(t)$ ne suit pas l'enveloppe. De la même façon, si τ est trop faible la décharge est trop rapide, et là aussi on ne suit pas l'enveloppe. Donc il faut choisir τ suffisamment grande pour ne pas suivre la HF ($\tau > T_c = 1/f_c$) et suffisamment faible pour pouvoir suivre la BF ($\tau < T_m = 1/f_m$). Dans le cas d'un signal modulant quelconque, il faut remplacer f_m par $f_{m/\max}$.

$$\frac{1}{f_c} < RC < \frac{1}{f_{m/\max}}$$

I.1.5 Structure d'un récepteur

Elle est illustrée sur la Figure 8.15

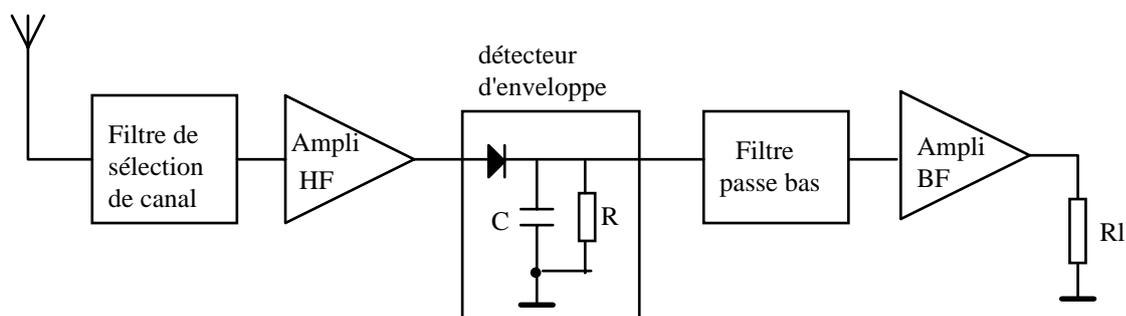


Fig. 8.15 Structure d'un récepteur A-M

Nous avons vu que l'ajustement de $\tau = RC$ était critique et dépendait de f_c , donc si on règle RC pour la fréquence f_{ci} d'un canal donné, on ne pourra pas démoduler correctement un autre canal de fréquence porteuse f_{cj} . La structure du récepteur ci-dessus ne peut convenir que si le récepteur est destiné à recevoir un seul canal.

I.1.6 Récepteur Superhétérodyne :

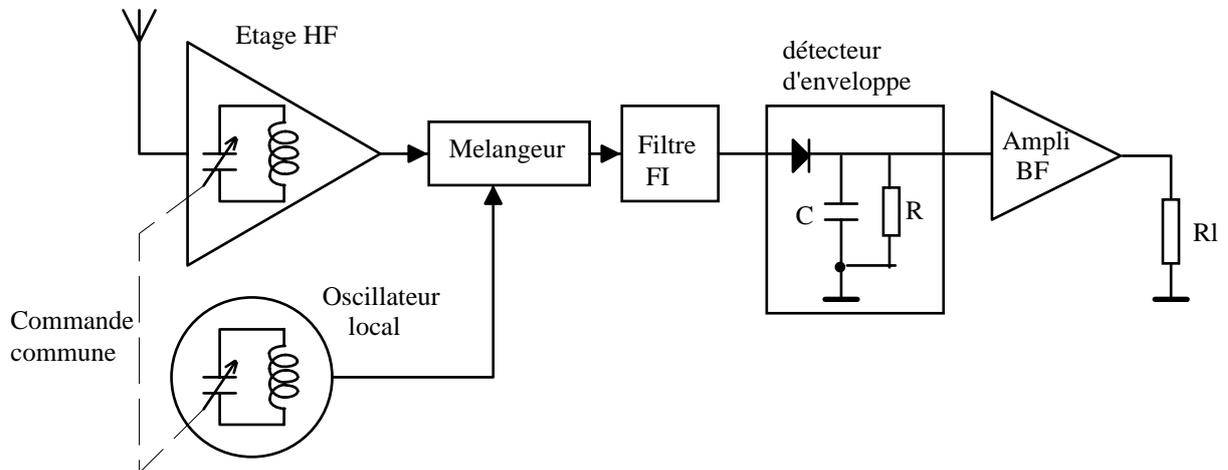


Fig. 8.16 Récepteur Superhétérodyne

Le circuit accordé de l'étage HF permet de sélectionner les canaux en faisant varier la capacité. La commande de cette capacité est couplée à la commande de la capacité du circuit d'accord de l'oscillateur local de qu'on toujours :

$$f_c - f_l = C^{te} = F_i$$

F_i est dite fréquence intermédiaire, elle est toujours la même quelque soit le canal sélectionné. La constante de temps du détecteur d'enveloppe est réglée sur la fréquence intermédiaire.

$$\frac{1}{F_i} < RC < \frac{1}{f_{m/\max}}$$

I.2 Modulation de fréquence

Un signal FM (modulé en fréquence) est un signal dont la fréquence varie au rythme d'un signal $m(t)$ porteur d'information.

$$s(t) = A_c \cos(\varphi(t))$$

$$\omega(t) = d\varphi / dt = \omega_c + k_\omega m(t)$$

$$\varphi(t) = \int_0^t \omega(t) dt = \int_0^t \omega_c + k_\omega m(t) dt$$

Dans le cas d'un signal modulant purement sinusoïdal :

$$m(t) = A_m(t) \cos(\omega_m t)$$

$$\varphi(t) = \int_0^t \omega_c + k_\omega A_m \cos(\omega_m t) dt$$

$$= \omega_c t + \frac{k_\omega A_m}{\omega_m} \sin(\omega_m t)$$

$$s(t) = A_c \cos\left(\omega_c t + \frac{k_\omega A_m}{\omega_m} \sin(\omega_m t)\right)$$

$$\omega(t) = \omega_c + k_\omega A_m \cos(\omega_m t)$$

$$f(t) = f_c + \frac{k_\omega A_m}{2\pi} \cos(\omega_m t)$$

$$k_f = \frac{k_\omega}{2\pi} = \text{Sensibilité du modulateur en Hz/V}$$

$\Delta f = k_f A_m =$ déviation de fréquence (max autour de f_c)

$$\delta = \frac{\Delta f}{f_m} = \frac{\Delta \omega}{\omega_m} = \frac{k_\omega A_m}{\omega_m} = \frac{k_f A_m}{f_m} = \text{indice de modulation.}$$

Si on développe l'expression de $s(t)$ on obtient :

$$s(t) = A_c \cos(\omega_c t) \cos(\delta \sin(\omega_m t)) - A_c \sin(\omega_c t) \sin(\delta \sin(\omega_m t))$$

on sait que :

$$\cos(k \sin(\omega t)) = J_0(k) + 2 \sum_{n=1}^{\infty} J_{2n}(k) \cos(2n\omega t)$$

$$\sin(k \sin(\omega t)) = 2 \sum_{n=0}^{\infty} J_{2n+1}(k) \cos((2n+1)\omega t)$$

$J_n(k)$ sont les coefficients de Bessel (voir tableau 8.1)

On obtient finalement :

$$s(t) = A_c \sum_{n=-\infty}^{+\infty} J_n(\delta) \cos(\omega_c - n\omega_m t), \text{ soit :}$$

$$s(t) = J_0(\delta) A_c \cos(\omega_c) + A_c \sum_{n=1}^{+\infty} J_n(\delta) [\cos(\omega_c - n\omega_m t) + \cos(\omega_c + n\omega_m t)]$$

$s(t)$ est donc une succession d'harmoniques pondérés par les coefficients de Bessel de part et d'autre de la porteuse.

$$S(f) = \frac{A_c}{2} \sum_{n=-\infty}^{+\infty} J_n(\delta) [\delta(f - f_c - nf_m) + \delta(f + f_c + nf_m)]$$

I.2.1 Bande nécessaire pour transmettre un signal F.M.

On montre que 98 % de l'énergie du signal F.M. est contenue dans les $(\delta+1)$ premières raies du spectre. La bande de fréquence nécessaire à la transmission d'un signal F.M. est donc :

$$B = 2 (\delta+1) f_m$$

$$B = 2 (\Delta f + f_m)$$

Cette règle est connue sous le nom de règle de Carson.

n	$J_n(1)$	$J_n(2)$	$J_n(3)$	$J_n(4)$	$J_n(5)$	$J_n(6)$	$J_n(7)$	$J_n(8)$	$J_n(9)$	$J_n(10)$
0	0.7652	0.2239	-0.2601	-0.3971	-0.1776	0.1506	0.3001	0.1717	-0.0903	-0.2459
1	0.4401	0.5767	0.3391	-0.0660	-0.3276	-0.2767	-0.0047	0.2346	0.2453	0.0435
2	0.1149	0.3528	0.4861	0.3641	0.0466	-0.2429	-0.3014	-0.1130	0.1448	0.2546
3	0.0196	0.1289	0.3091	0.4302	0.3648	0.1148	-0.1676	-0.2911	-0.1809	0.0584
4	0.0025	0.0340	0.1320	0.2811	0.3912	0.3576	0.1578	-0.1054	-0.2655	-0.2196
5	0.0002	0.0070	0.0430	0.1321	0.2611	0.3621	0.3479	0.1858	-0.0550	-0.2341
6		0.0012	0.0114	0.0491	0.1310	0.2458	0.3392	0.3376	0.2043	-0.0145
7		0.0002	0.0025	0.0152	0.0534	0.1296	0.2336	0.3206	0.3275	0.2167
8			0.0005	0.0040	0.0184	0.0565	0.1280	0.2235	0.3051	0.3179
9			0.0001	0.0009	0.0055	0.0212	0.0589	0.1263	0.2149	0.2919
10				0.0002	0.0015	0.0070	0.0235	0.0608	0.1247	0.2075
11					0.0004	0.0020	0.0083	0.0256	0.0622	0.1231
12					0.0001	0.0005	0.0027	0.0096	0.0274	0.0634
13						0.0001	0.0008	0.0033	0.0108	0.0290
14							0.0002	0.0010	0.0039	0.0120
15							0.0001	0.0003	0.0013	0.0045
16								0.0001	0.0004	0.0016
17									0.0001	0.0005
18										0.0002

Tableau 8.1 : Coefficients de Bessel

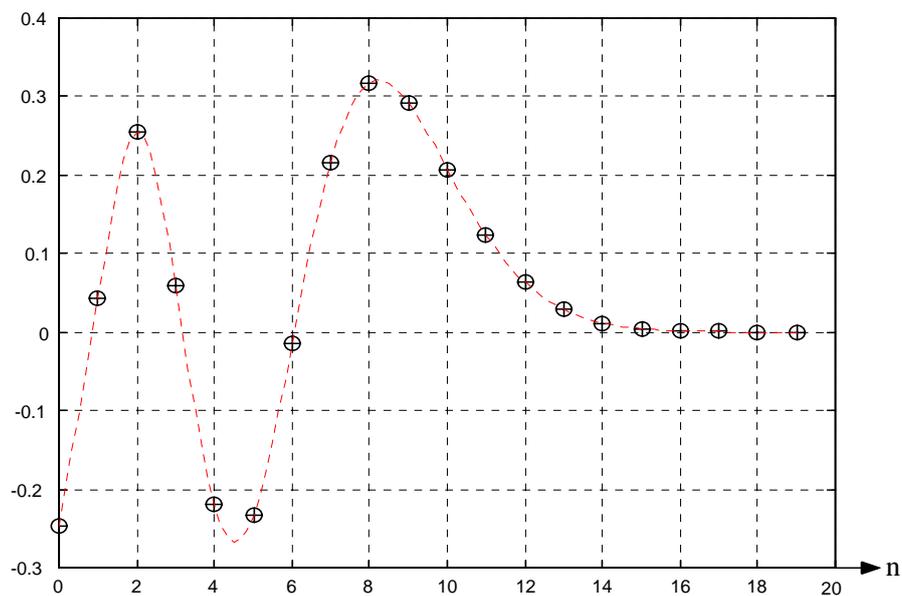


Fig. 8.17 : Coefficient de Bessel $J_n(10)$

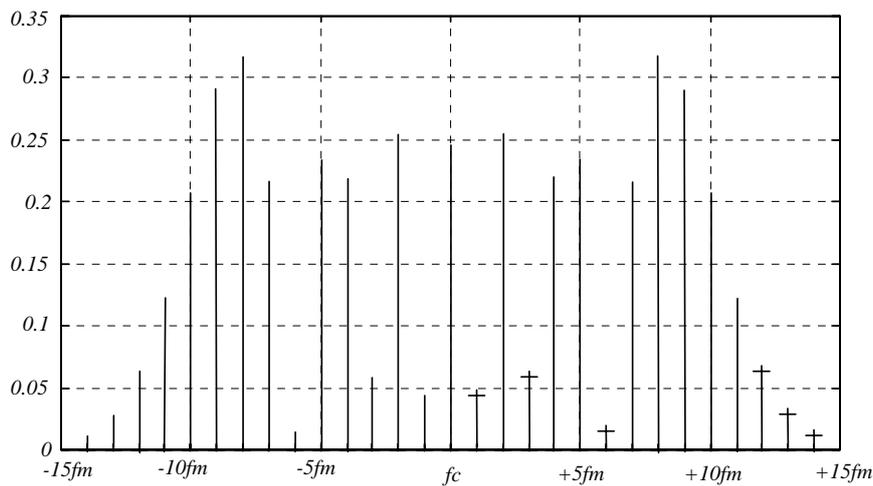


Fig. 8.18 Spectre d'un signal F.M.

Exemple : $\Delta f = 75 \text{ kHz}$

$f_m = 15 \text{ kHz} \implies \delta = 5 \implies B = 180 \text{ kHz}$

$f_m = 1 \text{ kHz} \implies \delta = 75 \implies B = 152 \text{ kHz}$

I.2.2 Modulateur F.M.

Le plus souvent on utilise une diode varicap en parallèle ou à la place d'une capacité d'accord sur un oscillateur H.F. Le signal modulant est superposé au signal de polarisation de la varicap. La capacité de la varicap varie comme $m(t)$, il en sera de même de la fréquence du signal de sortie de l'oscillateur. Un exemple est illustré sur la Figure 8.x. La 2^{ème} capacité d'accord est $C_1 = C' + C_v$. Le pont de résistances R_1 et R_2 permet de polariser la varicap de sorte que la fréquence du signal soit égale à f_c quant $m(t) = 0$.

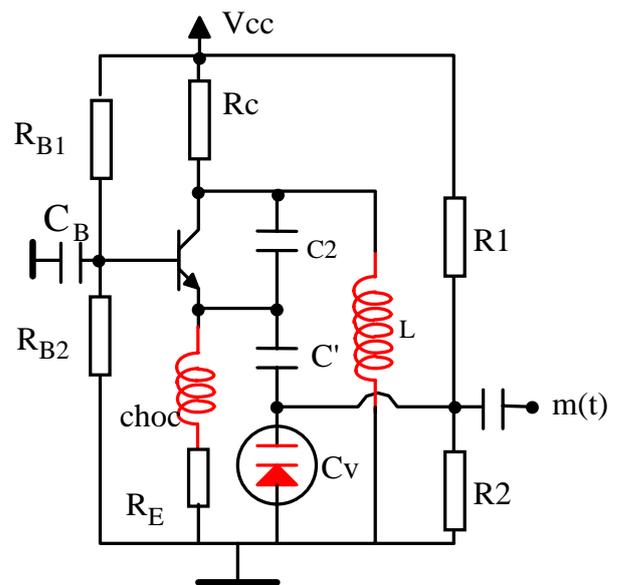


Fig. 8.19 : Modulateur F.M.

I.2.3 Détection de la modulation de fréquence

Il faut réaliser un système qui a la caractéristique suivante :

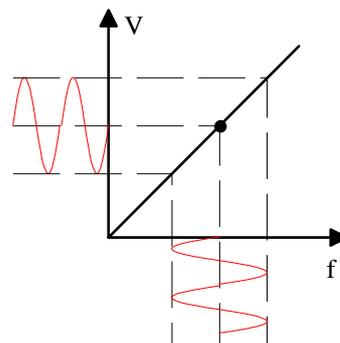


Fig. 8.20 : Caractéristique idéale d'un modulateur F.M.

I.2.4 Discriminateur de Travis

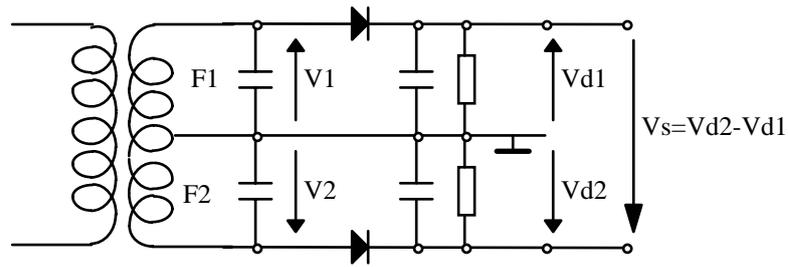


Fig. 8.21 : Discriminateur de Travis

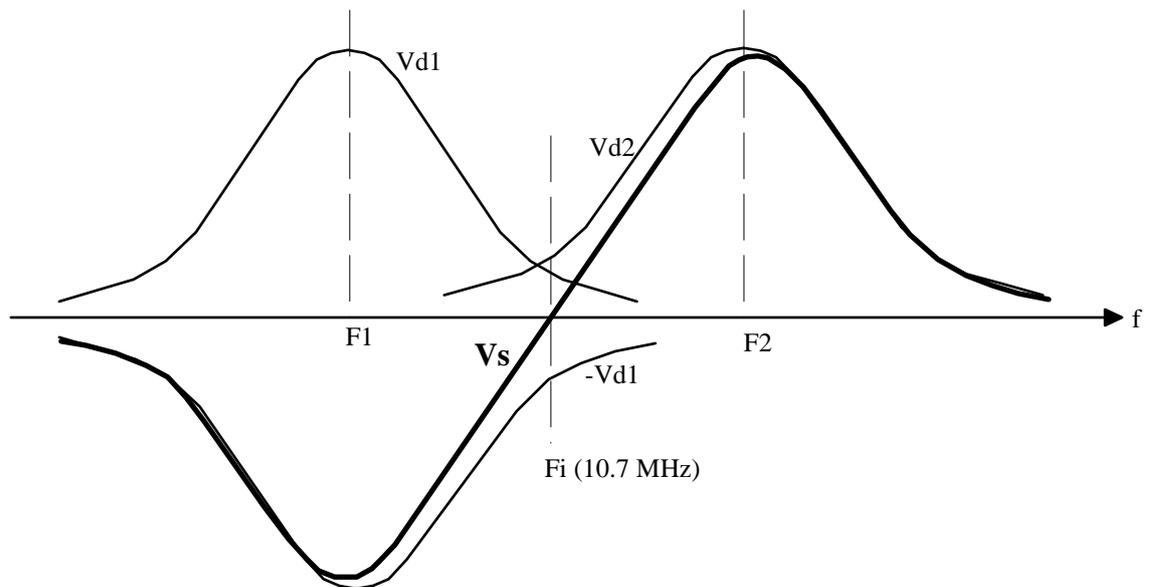


Fig. 8.22 : Caractéristique de transfert du discriminateur de Travis

Le discriminateur doit être ajusté une bonne fois pour toute, d'où la nécessité de réaliser un changement de fréquence pour ramener la fréquence de la porteuse à une fréquence intermédiaire F_i constante quelque soit le canal sélectionné.