



MATHS^{2de}

STATISTIQUES • PROBABILITÉS • FONCTIONS • GÉOMÉTRIE

Ce manuel est publié sous licence libre « CC by SA ».

Le texte intégral est disponible à l'adresse : <http://creativecommons.org/licenses/by-sa/2.0/fr/legalcode>

SOMMAIRE

STATISTIQUES - PROBABILITÉS 7

Les sondages ont pris une place prépondérante dans la vie quotidienne des Français. L'objectif a été de partir de situations de la vie réelle afin de mettre en place des formulations mathématiques rigoureuses mais aussi de développer le sens critique chez les élèves. L'usage de l'outil tableur est largement encouragé et des algorithmes de difficultés croissantes sont demandés aux élèves.

■ SP1 Statistiques descriptives 7

1. Série statistique. Tableau d'effectifs. Fréquences d'apparition.
2. Médiane et quartiles
3. Moyenne

■ SP2 Échantillonnage 29

1. Échantillon, simulation et fluctuation
2. Prise de décision : intervalle de fluctuation (p est connu)
3. Estimation : Intervalle de confiance (p est inconnu)

■ SP3 Probabilités 49

1. Vocabulaire des événements
2. Choix d'un modèle
3. Calculs de probabilités

TRAVAILLER AUTREMENT 66

*Cette partie propose de travailler hors chapitre afin de stimuler l'activité de recherche des élèves sans être biaisée par un titre en pied de page ou autre.
Les exercices proposés sont des problèmes ouverts, des problèmes de synthèses et des sudomaths.*

FONCTIONS 79

Deux thèmes articulent l'ensemble des chapitres :
 - les fonctions de référence sont abordées dès le premier chapitre et leur apprentissage sert d'appui aux notions étudiées tout au long des cinq chapitres de la partie ;
 - la résolution d'équations commence au chapitre 2 avec les méthodes algébriques et d'estimations graphiques pour se poursuivre avec les différentes formes d'expression d'une fonction permettant l'introduction de nouveaux outils.
Des algorithmes de difficultés croissantes sont demandés aux élèves mais aussi proposés à l'étude.

■ F1 Généralités sur les fonctions 79

1. Définitions
2. Différentes représentations d'une fonction
3. Détermination d'images et d'antécédents

■ F2 Résoudre une (in)équation... ou pas 97

1. Résolution exacte d'(in)équations
2. Résolution approchée d'(in)équations

■ F3 Variations et extremum 115

1. D'un point de vue graphique
2. D'un point de vue algébrique

■ F4 Factorisation et études de signes 133

1. Signe d'une fonction affine
2. Factorisation
3. Signe du produit de deux fonctions affines
4. Signe d'une fonction homographique

■ F5 Fonctions polynômes du second degré 151

1. Forme canonique
2. Étude d'une fonction trinôme
3. Représentation graphique

■ GÉOMÉTRIE 167

La partie s'ouvre avec la géométrie dans l'espace. Comme les configurations dans le plan, cela permet un réinvestissement régulier tout au long de cette partie. Les vecteurs sont traités en un seul chapitre aux notions aisément dissociables permettant l'étude conjointe des vecteurs d'un point de vue géométrique et analytique. L'utilisation d'un logiciel de géométrie dynamique est encouragée pour émettre des conjectures. Des algorithmes de difficultés croissantes sont demandés aux élèves.

■ G1 Espace 167

1. Les solides usuels
2. Droites et plans

■ G2 Repérage dans le plan 185

1. Coordonnées d'un point dans un repère
2. Coordonnées du milieu d'un segment
3. Distance entre deux points

■ G3 Vecteurs 199

1. Translation - Vecteurs associés
2. Opérations sur les vecteurs
3. Coordonnées d'un vecteur
4. Multiplication par un réel
5. Colinéarité

■ G4 Équations de droites 227

1. Équations de droites
2. Représentation graphique d'une fonction affine
3. Droites parallèles, droites sécantes

■ G5 Repérage sur le cercle - Trigonométrie 245

1. Repérage sur un cercle trigonométrique
2. Coordonnées d'un point du cercle trigonométrique

■ SOLUTIONS 259

■ PROPRIÉTÉS POUR DÉMONTRER EN GÉOMÉTRIE 266

■ LEXIQUE 278

■ Rabats

- Un manuel collaboratif I
- Le manuel numérique 2^{de} II et III
- Mémento Algobox IV
- Mémento d'algorithmique V et VI

Logos et indications

- 19** Exercice corrigés en fin de manuel
- INFO** Exercice avec l'ordinateur
- ALGO** Exercice d'algorithmique

TRAVAILLER UN CHAPITRE

Manuel et **manuel numérique**, deux outils complémentaires

1 VÉRIFIER SES PRÉREQUIS

1 Réalisez le **test de début** de chapitre.

Auto-évaluation

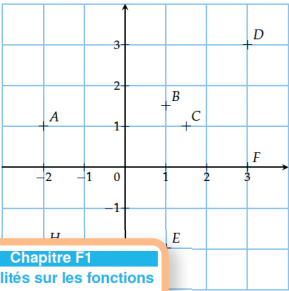
Des ressources numériques pour préparer le chapitre sur manuel.sesamath.net

1 Soit l'expression $2x^2 + 5x - 1$.
Quelle est sa valeur si :
1) $x = 2$?
2) $x = -1$?

2 Résoudre les équations suivantes.
1) $2x - 4 = 7$.
2) $5x + 8 = 9x - 15$.
3 Quelle est la valeur de $\frac{2x-5}{x-3}$ si $x = 0$?

4 Sur le graphique ci-contre :

1) Quel est le point de coordonnées $(-2; 1)$?
2) Quelles sont les coordonnées du point F ?
3) Quel(s) est(sont) le(s) point(s) d'abscisse 1 ?
4) Quel(s) est(sont) le(s) point(s) d'ordonnée -2 ?



Chapitre F1
Généralités sur les fonctions

Auto-évaluation

1) 1) 17 2) -4
2) 1) 5,5 2) $\frac{23}{4}$
3) $\frac{5}{3}$
4) 1) A 3) B et E
2) (3; 0) 4) E et H

Voir solutions p. 259

2 Vérifiez vos **réponses** en fin de manuel.

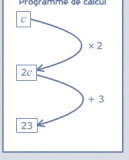
3 Remédiez à vos difficultés grâce aux **exercices et aides** du manuel numérique.

Forme $ax+b=c$

Question n°1 :
On considère le programme de calcul suivant :
"Calculer le double d'un nombre augmenté de 3."
On cherche le nombre c qui donne comme résultat 23 avec ce programme.
Trouver ce nombre c revient à résoudre l'équation $2c + 3 = 23$.

En utilisant le schéma ci-contre, complète :
On a $2c =$
donc $c =$

Programme de calcul



2 APPRENDRE UNE LEÇON

1 Apprenez les **définitions** et les **propriétés**.

2 Refaites les exercices corrigés des **méthodes** du cours.

MÉTHODE 3 Calculer des images à partir d'une expression littérale

Exercice d'application

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = 4x^5 + 6x^2 - 9$.
Calculer les images de 0 et de -1 par la fonction f .

Correction

0 et -1 appartiennent à $\mathbb{R}$, l'ensemble de définition de f .
 $f(0) = 4 \times 0^5 + 6 \times 0^2 - 9 = -9$
 $f(-1) = 4 \times (-1)^5 + 6 \times (-1)^2 - 9 = -4 + 6 - 9 = -7$
Les images de 0 et -1 par f sont respectivement -9 et -7.

Renvoi

► Ex. 37 p. 81

3 Faites l'**exercice d'entraînement** lié à la méthode.

37 ► MÉTHODE 3 p. 84

Soit la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = 3x^2 + 7x$.
Calculer les images de :

1) 2; 2) -3; 3) 0; 4) $\sqrt{5}$.

4 Vérifiez vos **réponses** en fin de manuel ou suivez le raisonnement à l'aide du **corrigé pas à pas** du manuel numérique.

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = 3x^2 + 7x$.

1) $f(2) = 3 \times 2^2 + 7 \times 2$
 $f(2) = 3 \times 4 + 14$

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = 3x^2 + 7x$.

1) $f(2) = 3 \times 2^2 + 7 \times 2$
 $f(2) = 3 \times 4 + 14$
 $f(2) = 12 + 14$

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = 3x^2 + 7x$.

1) $f(2) = 3 \times 2^2 + 7 \times 2$
 $f(2) = 3 \times 4 + 14$
 $f(2) = 12 + 14$
 $f(2) = 26$

3 S'ENTRAÎNER AVEC DES EXERCICES

- Repérez les éléments importants de la **consigne**, comme les **verbes d'action** à l'infinitif.
- Vérifiez votre compréhension du vocabulaire.
→ utilisez le **lexique à la fin du manuel** ou sur le **manuel numérique**.
- Réalisez un schéma si nécessaire.
- Consultez en cas de besoin :
 - les « **Propriétés pour démontrer en géométrie** » du manuel ;
 - le **formulaire** et les **aides animées** du manuel numérique.

 Une **fonction** transforme un nombre en un nombre.

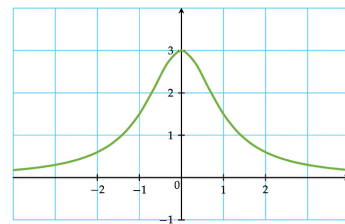
$$x \xrightarrow{f} y$$

On note : $y = f(x)$.

- Réalisez les **exercices numériques** pour approfondir les notions étudiées.

46 ► **MÉTHODE 5** p. 70

Voici la courbe représentative d'une fonction f définie sur $\mathbb{R}$.



Par lecture graphique, **déterminer** :

- l'image de -1 par f ;
- l'image de 0 par f ;
- le (ou les) antécédent(s) de 1 par f ;
- le (ou les) antécédent(s) de 3 par f .

Lecture d'antécédents

Question N°1 :
Entre $-3,1$ et 3 , la fonction f est définie par
 $f(x) = -x^3 - 0,4x^2 + 5,57x + 5,7$
Pour la fonction représentée : $1,5$

...

Valider ?

4 PRÉPARER UN CONTRÔLE

- Faites les exercices d' **Activités mentales**.
Sans difficultés calculatoires, ils permettent de vérifier que les raisonnements sont compris.

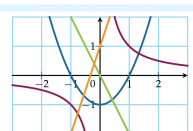
- Réalisez le **QCM de fin de chapitre**
 - vérifiez vos réponses en fin de manuel ;
 - refaites les **compléments** proposés dans le manuel numérique.
- Réalisez le **devoir surveillé** disponible sur le manuel numérique.

QCM d'auto-évaluation

Des ressources numériques pour préparer le chapitre sur manuel.sesamath.net

Pour chaque question, plusieurs réponses sont proposées. Déterminer celles qui sont correctes.

Pour les questions 58 à 61, on utilise les courbes représentatives de fonctions ci-contre :



58 La courbe **verte** représente une fonction :
☐ linéaire ☐ carrée ☐ autre

59 La courbe **rouge** représente une fonction :
☐ linéaire ☐ carrée ☐ inverse

60 La courbe **bleue** représente une fonction :
☐ carrée ☐ affine et non linéaire ☐ autre

61 La courbe **orange** représente une fonction :
☐ linéaire ☐ affine ☐ inverse

Pour les questions 62 et 63, la fonction f est connue par le tableau de valeurs ci-dessous :

x	-3	-2,5	-2	-1,5	-1	-0,5	0	0,5	1	1,5	2	2,5	3
$f(x)$	-8	-6,5	-5	-3,5	-2	-0,5	1	2,5	4	5,5	7	8,5	10

62 L'image de $2,5$ par la fonction f est :
☐ -6,5 ☐ 0,5 ☐ 8,5

63 Un antécédent de 1 par la fonction f est :
☐ 4 ☐ 0 ☐ aucune des réponses

MÉTHODES DE L'ANNÉE

Stat. et probabilités

► Déterminer une médiane	12	► Prendre une décision	32
► Déterminer les quartiles à partir des fréquences	12	► Estimer la proportion d'un caractère	33
► Calculer une moyenne à partir des fréquences	14	► Calculer des probabilités	54

Fonctions

► Construire un tableau de valeurs	83	► Dresser un tableau de variations	119
► Tracer une courbe représentative	83	► Dresser le tableau de signes d'une fonction affine	136
► Calculer des images à partir d'une expression littérale	84	► Factoriser une expression littérale	137
► Rechercher un (ou des) antécédent(s) par le calcul	84	► Étudier le signe du produit de deux fonctions affines	137
► Lire graphiquement une image et des antécédents	84	► Donner le domaine de définition d'une fonction homographique	138
► Résoudre un problème algébriquement	99	► Donner le tableau de signes d'une fonction homographique	138
► Obtenir et résoudre une équation-produit	100	► Étudier une fonction trinôme du second degré	154
► Estimer graphiquement une solution	101	► Identifier la forme d'une fonction	155
► Affiner une solution	101		

Géométrie

► Lire des coordonnées	187	► Repérer le produit d'un vecteur par un réel	207
► Calculer les coordonnées d'un milieu	188	► Vérifier la colinéarité de deux vecteurs	208
► Calculer une longueur	189	► Trouver l'équation réduite d'une droite par le calcul	230
► Construire un vecteur	204	► Trouver l'équation réduite d'une droite par lecture graphique	231
► Construire la somme de deux vecteurs	205	► Construire la courbe représentative d'une fonction affine	231
► Lire les coordonnées d'un vecteur	206	► Interpréter un système de deux équations linéaires	232
► Construire un vecteur à partir de ses coordonnées	206	► Lire l'abscisse associée à un point	248
► Repérer un point défini par une égalité vectorielle	207	► Placer un point sur un cercle	249
► Repérer un point défini par une somme vectorielle	207		

Statistiques descriptives

Connaissances du collège nécessaires à ce chapitre

- ▶ Lire un diagramme en barres
- ▶ Lire un tableau à double entrée
- ▶ Calculer des fréquences
- ▶ Calculer des effectifs ou des fréquences cumulés

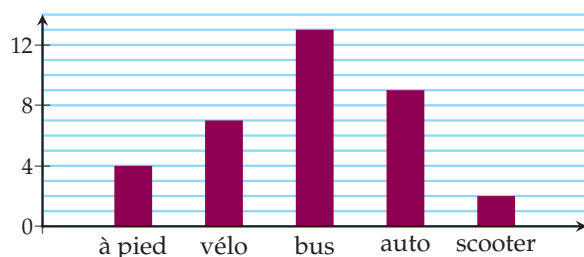


Auto-évaluation

Des ressources numériques pour préparer
le chapitre sur manuel.sesamath.net



1 Voici les résultats d'un sondage effectué par des élèves de la 2^eZ sur le moyen de transport utilisé pour venir au lycée. Dresser un tableau d'effectifs.



2 Voici les résultats d'un sondage des élèves de 2^eY sur la partie du cours de maths qu'ils préfèrent.

	Algèbre	Géométrie	Stats
Filles	23	18	15
Garçons	17	12	13

- 1) Combien de garçons préfèrent la géométrie ?
- 2) Combien d'élèves préfèrent l'algèbre ?
- 3) Combien de filles ne préfèrent pas les stats ?

3 Dans une entreprise, on a :

	Ouvriers	Secrétaires	Cadres
Hommes	39	0	7
Femmes	13	4	3

- 1) Calculer la proportion d'ouvriers ?
- 2) Quelle est la fréquence en pourcentage
 - a) de femmes dans l'entreprise ?
 - b) de cadres hommes dans l'entreprise ?
- 3) Comparer le pourcentage de cadres parmi les hommes et parmi les femmes.

4 Voici les notes de la 2^e X à un DM noté sur 5.

Note	0	1	2	3	4	5
Eff.	1	3	13	7	4	2

- 1) Calculer les effectifs cumulés croissants.
- 2) Combien y a-t-il d'élèves en 2^eX ?
- 3) Combien d'élèves n'ont pas la moyenne ?

➡ ➡ ➡ Voir solutions p. 259

DÉBAT 1 Dans les coulisses d'un parc d'attractions

M. Duparc, gérant d'un parc d'attractions, souhaite ajouter une attraction à son parc.

Il a le choix entre trois attractions :

- la petite chenille ;
- les elfes magiques ;
- l'immense grand huit (interdit aux moins de 15 ans).

Il confie à une société spécialisée le soin de faire une étude afin de décider laquelle des trois attractions serait le meilleur investissement. Votre mission, si vous l'acceptez, consiste à aider cette société à organiser cette étude de marché.

DÉBAT 2 Budget familial

Voici la répartition des dépenses du budget annuel familial en 2006 exprimées en pourcentage selon l'âge de la personne de référence en France métropolitaine.

	Moins de 25 ans	De 25 à 44 ans	De 45 à 64 ans	65 ans et plus	Ensemble
Produits alimentaires et boissons non alcoolisées	9,8	13,7	15,6	19,6	15,5
Boissons alcoolisées, tabac	3,30	2,50	2,70	2,30	2,6
Articles d'habillement et chaussures	7,50	9,20	7,90	5,00	7,8
Logement, eau, gaz, électricité et autres combustibles	27,00	16,50	14,00	18,60	16,2

Source : d'après des données de l'Insee

La donnée **9,2** de la 3^e colonne se lit : dans une famille où la personne de référence (chef de famille) a un âge compris entre 25 et 44 ans, 9,2 % du budget familial est consacré aux articles d'habillements et aux chaussures.

La donnée **15,5** de la dernière colonne se lit : en 2006, en France métropolitaine, les ménages ont dépensé 15,5 % du budget annuel familial pour acheter des produits alimentaires et boissons non alcoolisées.

Comment retrouver les données de la dernière colonne ?

ACTIVITÉ 3 Éducation en Europe

Le tableau ci-après donne les dépenses pour l'éducation dans les pays de l'Union Européenne exprimées en pourcentage du PIB.

Partie 1 : dépense moyenne

- 1) Calculer la dépense moyenne consacrée à l'éducation dans chaque secteur (public et privé).
- 2) Que remarquez-vous ? Comment expliquer ce phénomène ?



Partie 2 : le cas de la France

- 1) Pour ce qui est des dépenses publiques d'éducation, dans quelle catégorie classer la France ?
 - Dans le quart supérieur ? Inférieur ?
 - Dans la moitié supérieure ? Inférieure ?
- 2) Citer un pays comptant parmi les 25 % des pays de l'Union Européenne qui dépensent le moins dans la catégorie « dépenses publiques ».
- 3) Citer un pays comptant parmi les 50 % des pays de l'Union Européenne qui dépensent le plus dans la catégorie « dépenses privées ».

	Dépenses publiques	Dépenses privées
Allemagne	4	0,69
Autriche	4,88	0,48
Belgique	5,73	0,34
Bulgarie	3,53	0,62
Chypre	5,97	1,27
Danemark	6,56	0,53
Espagne	4,21	0,61
Estonie	4,61	0,32
Finlande	5,5	0,14
France	5,39	0,53
Grèce	nd	nd
Hongrie	4,93	nd
Irlande	4,39	0,24
Italie	4,05	0,4
Lettonie	4,79	0,56
Lituanie	4,45	0,45
Luxembourg	3,08	nd
Malte	6,31	0,38
Pays-Bas	4,64	0,9
Pologne	4,79	0,5
Portugal	5,1	0,46
République tchèque	4,04	0,51
Roumanie	4,17	0,5
Royaume-Uni	3,97	1,75
Slovaquie	3,33	0,53
Slovénie	4,77	0,73
Suède	6,03	0,16
Union Européenne à 27 (données estimées)	4,48	0,72

Source : <http://www.data-publica.com/> d'après Eurostat. Dans ce tableau, « nd » signifie : donnée non disponible.

1. Série statistique. Tableau d'effectifs. Fréquences d'apparition.

Lorsqu'on étudie un certain **caractère** sur une population donnée, on relève une valeur du caractère par individu. L'ensemble des données obtenues (ou toutes les valeurs prises par le caractère) constitue les **données brutes**. Le caractère peut être **qualitatif** (couleur d'une voiture) ou **quantitatif** (taille d'un individu). Les données brutes comportent souvent des valeurs qui se répètent.

■ DÉFINITION : Série statistique

Lors d'un relevé de mesures effectué sur les individus d'une population, l'ensemble des données collectées constitue une **série statistique**.

- Une série statistique à caractère quantitatif est dite **ordonnée** après que les valeurs collectées ont été rangées dans l'ordre croissant (ou décroissant).
- L'**étendue** désigne l'écart entre la plus grande et la plus petite des valeurs prises par le caractère.

■ DÉFINITION : Modalités

Les différentes valeurs possibles pour un caractère s'appellent les **modalités** du caractère.

REMARQUE : Dans ce qui suit, l'entier p désigne le **nombre de modalités**.

- Si p est **petit**, les modalités, désignées par $x_1, x_2, \dots, x_p$, sont rangées dans l'ordre croissant dans la première ligne du tableau. Les effectifs correspondants, désignés par $n_1, n_2, \dots, n_p$, sont placés sur la deuxième ligne du tableau.

Caractère	x_1	x_2	...	x_p
Effectif	n_1	n_2	...	n_p

- Si p est **grand**, le recensement de toutes les modalités du caractère rendrait le tableau trop grand et par conséquent illisible. Dans ce cas, la première ligne du tableau présente des intervalles contigus appelés **classes** et les effectifs sur la deuxième ligne comptent le nombre de fois où le caractère a pris une valeur dans la classe correspondante.

Caractère	$[a_1; a_2[$	$[a_2; a_3[$	...	$[a_p; a_{p+1}]$
Effectif	n_1	n_2	...	n_p

Exemple On a demandé aux 35 élèves de la 2^eZ du Lycée Évariste Galois la durée de leur trajet pour se rendre au lycée le matin et voici le résultat du sondage :

10 min ; 6 min 17 s ; 21 min ; 44 min ; $\frac{3}{10}$ h ; 9 min ; 28 min ; 40 min ; $\frac{1}{4}$ h ; environ 40 min ; presque 30 min ; 7 min ; $\frac{1}{5}$ h ; 23 min ; 4 min ; 21 min ; 39 min ; 28 min ; 11 min ; 35 min ; 22 min ; 19 min ; 35 min ; 26 min ; 10 s (j'habite au lycée, ma mère est l'adjointe du proviseur) ; 19 min ; trop longtemps ; 21 min ; 11 min ; 6 min ; 32 min ; 18 min ; ça dépend du vent ; 27 min ; une demi-heure. Dresser un tableau d'effectifs de cette série statistique et calculer l'étendue.

Correction Voici une répartition de la durée des trajets maison-lycée des élèves de la 2^eZ du Lycée Évariste Galois :

Durée du trajet	$[0; 15[$	$[15; 30[$	$[30; 45]$
Effectifs	10	15	8

Par lecture du tableau : $45 - 0 = 45$.
L'étendue est de 45 min.



NOTATION :

- La notation $[a; b[$ indique l'ensemble des nombres compris entre a et b , a inclus et b exclu.
- Les données brutes égales à $a_2; a_3; \dots; a_p$ ne doivent pas être comptabilisées deux fois.
Ici, les données égales à a_2 sont comptabilisées dans la classe $[a_2; a_3[$ et non pas dans la classe $[a_1; a_2[$.

■ DÉFINITION : Fréquence d'apparition

On considère une série statistique comportant p modalités (ou p classes) d'effectifs $n_1, \dots, n_p$ et d'effectif total N . La **fréquence d'apparition** de la modalité (ou de la classe) correspond à la proportion d'individus dont le caractère est égal à cette modalité (ou appartenant à cette classe). Ainsi, pour tout entier i compris entre 1 et p :

$$f_i = \frac{n_i}{N} \quad \text{et} \quad f_1 + f_2 + \dots + f_p = 1$$

■ **PREUVE** $f_1 + f_2 + \dots + f_p = \frac{n_1}{N} + \frac{n_2}{N} + \dots + \frac{n_p}{N} = \frac{n_1 + n_2 + \dots + n_p}{N} = \frac{N}{N} = 1.$

Exemple

Le tableau ci-contre indique la répartition du nombre d'enfants de moins de 25 ans dans les familles des Bouches-du-Rhône en 1999 et 2009. Construire un diagramme en barres comparatif de 1999 et 2009.

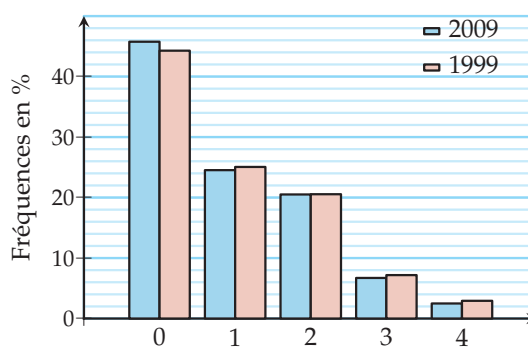
Nombre de familles avec	en 2009	en 1999
Aucun enfant	244 918	220 109
1 enfant	131 271	124 597
2 enfants	109 776	102 135
3 enfants	35 907	35 708
4 enfants ou plus	13 311	14 564
Ensemble	535 183	497 113

Source : Insee, RP1999 et RP2009 exploitations complémentaires.

Correction

Fréquences en % des familles avec	en 2009	en 1999
Aucun enfant	45,76	44,28
1 enfant	24,53	25,06
2 enfants	20,51	20,55
3 enfants	6,71	7,18
4 enfants ou plus	2,49	2,93
Ensemble	100	100

Ce tableau peut se remplir avec un tableur.



Répartition des enfants dans les familles des Bouches-du-Rhône en 1999 et 2009

2. Médiane et quartiles

Dans cette partie et la suivante, on considère uniquement des séries statistiques à caractère quantitatif.

■ DÉFINITION : Médiane

Dans une série statistique **ordonnée** :
une **médiane** partage les valeurs prises par le caractère en deux groupes de même effectif.



MÉTHODE 1 Déterminer une médiane

► Ex. 16 p. 17

Si les valeurs sont peu nombreuses, il est plus simple d'ordonner la série et de *séparer les valeurs prises par le caractère en deux groupes* de même effectif.

Si l'effectif total est impair, une valeur restera entre les deux demi-groupes. Cette valeur sera une médiane.

Si l'effectif total est pair, n'importe quelle valeur comprise entre la dernière valeur du premier groupe et la première valeur du second groupe peut être considérée comme la médiane. Le plus souvent, la moyenne de ces deux valeurs est choisie comme médiane.

Exercice d'application

Les élèves de 2^e Z du Lycée E. Galois participent à une chorale. Le chef de chœur souhaite partager les élèves en deux lignes suivant leur taille. Aider le chef de chœur en déterminant leur taille médiane.

172 ; 162 ; 190 ; 190 ; 169 ; 164 ; 177 ; 181 ; 189 ; 161 ; 164 ; 182 ; 185 ; 188 ; 169 ; 190 ; 193 ; 189 ; 179 ; 180 ; 173 ; 193 ; 166 ; 164 ; 163 ; 164 ; 190 ; 176 ; 176 ; 192 ; 173 ; 194.

Correction

Voici la liste ordonnée des tailles des élèves de 2^eZ.

161 ; 162 ; 163 ; 164 ; 164 ; 164 ; 164 ; 166 ; 169 ; 169 ; 172 ; 173 ; 173 ; 176 ; 176 ; **177 ; 179** ; 180 ; 181 ; 192 ; 185 ; 188 ; 189 ; 189 ; 190 ; 190 ; 190 ; 190 ; 192 ; 193 ; 193 ; 194.

L'effectif total de cette série est 32. Une fois la série ordonnée, les 16^e et 17^e valeurs partagent cette série en deux groupes de 16 élèves. Leur moyenne est $\frac{177 + 179}{2}$ donc une valeur possible de la médiane est 178 cm.

Le chef de chœur peut partager la classe en deux lignes : ceux mesurant moins de 178 cm et ceux mesurant plus de 178 cm.

DÉFINITION : Quartiles

Le **premier quartile** d'une série statistique numérique est la plus petite valeur prise par le caractère telle qu'au moins 25 % des valeurs lui soient inférieures ou égales.

Le **troisième quartile** d'une série statistique numérique est la plus petite valeur prise par le caractère telle qu'au moins 75 % des valeurs lui soient inférieures ou égales.

MÉTHODE 2 Déterminer les quartiles à partir des fréquences

► Ex. 19 p. 17

Exercice d'application

Reprendre la répartition du nombre d'enfants de moins de 25 ans dans les familles des Bouches-du-Rhône en 2009 et calculer une médiane puis les quartiles de la série.

Correction

On utilise la colonne des cumulés.

- Les 25 % de la population sont atteints pour les familles sans enfant. Donc le 1^{er} quartile est 0 enfant.
- Les 50 % de la population sont atteints pour les familles avec un enfant ou moins. Donc la médiane est 1 enfant.
- Les 75 % de la population sont atteints pour les familles avec deux enfants. Donc le 3^e quartile est 2 enfants.

Fréquences en % des familles avec	en 2009	cumulés
Aucun enfant	45,76	45,76
1 enfant	24,53	70,29
2 enfants	20,51	90,80
3 enfants	6,71	97,51
4 enfants ou plus	2,49	100
Ensemble	100	



REMARQUE : Pour une série regroupée par classes, les valeurs brutes prises par le caractère ne sont pas accessibles. Il est possible d'obtenir une approximation d'une médiane et des quartiles par lecture graphique sur le polygone des fréquences cumulées croissantes.

Exemple

Déterminer graphiquement une médiane et les quartiles de la série constituée par les tailles des exploitations agricoles professionnelles en 2005 en Franche-Comté.

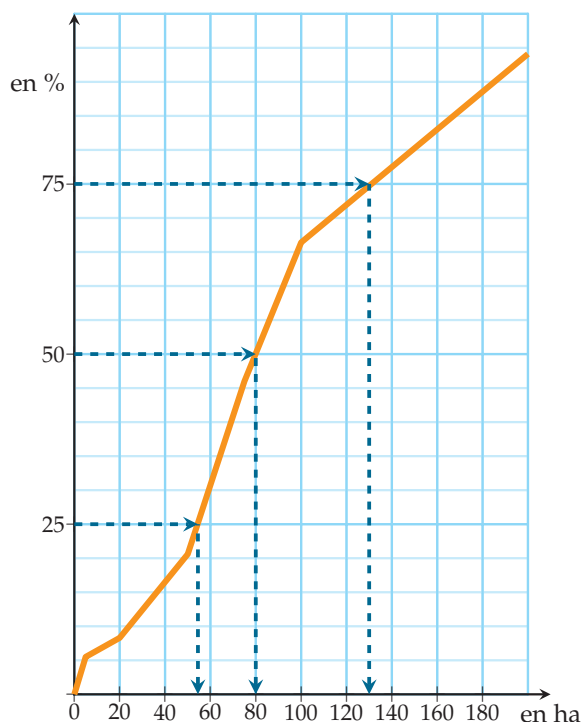
	Effectifs
Moins de 5 ha	370
De 5 à moins de 20 ha	190
De 20 à moins de 50 ha	840
De 50 à moins de 75 ha	1720
De 75 à moins de 100 ha	1380
De 100 à moins de 200 ha	1880
200 ha et plus	400
Ensemble	6780

Source Insee : Enquête structure des exploitations 2005

	F.C.C. en %
Moins de 5 ha	5,5
De 5 à moins de 20 ha	8,3
De 20 à moins de 50 ha	20,6
De 50 à moins de 75 ha	46
De 75 à moins de 100 ha	66,4
De 100 à moins de 200 ha	94,1
200 ha et plus	100

Correction

Polygone des fréquences cumulées croissantes des tailles des exploitations agricoles de la région Franche-Comté en 2006.



Par lecture graphique, on lit que :

- le 1^{er} quartile est 55 ha ;
- le 3^e quartile est 130 ha.
- une médiane est 80 ha ;

3. Moyenne

■ DÉFINITION : Moyenne

La **moyenne** d'une série statistique se note $\bar{x}$.

$$\bar{x} = \frac{\text{somme totale des valeurs prises par le caractère}}{\text{nombre de valeurs}}$$

Si $x_1, x_2, \dots, x_p$ désignent les p modalités du caractère d'une série statistique et $n_1, n_2, \dots, n_p$ désignent les effectifs correspondants, alors

$$\bar{x} = \frac{n_1 \times x_1 + n_2 \times x_2 + n_3 \times x_3 + \dots + n_p \times x_p}{n_1 + n_2 + n_3 + \dots + n_p}$$

■ PROPRIÉTÉ

Si $x_1, x_2, \dots, x_p$ désignent les p modalités du caractère d'une série statistique, et $f_1, f_2, \dots, f_p$ désignent les fréquences correspondantes alors,

$$\bar{x} = f_1 \times x_1 + f_2 \times x_2 + f_3 \times x_3 + \dots + f_p \times x_p$$

PREUVE Posons $N = n_1 + n_2 + n_3 + \dots + n_p$

$$\bar{x} = \frac{n_1 \times x_1 + n_2 \times x_2 + n_3 \times x_3 + \dots + n_p \times x_p}{n_1 + n_2 + n_3 + \dots + n_p}$$

$$\bar{x} = \frac{n_1 \times x_1}{N} + \frac{n_2 \times x_2}{N} + \frac{n_3 \times x_3}{N} + \dots + \frac{n_p \times x_p}{N}$$

$$\bar{x} = f_1 \times x_1 + f_2 \times x_2 + f_3 \times x_3 + \dots + f_p \times x_p$$

MÉTHODE 3 Calculer une moyenne à partir des fréquences

► Ex. 24 p. 18

Exercice d'application Calculer le salaire net annuel moyen en France en 2005.

Régions	Fréquences (en %)	Salaires (en euros)
Région Parisienne	25,3	29 237
Bassin Parisien	15,7	20 318
Nord	5,8	20 501
Est	8	20 946
Ouest	12,1	19 891
Sud-Ouest	9,3	20 542
Centre-Est	11,9	25 811
Méditerranée	10	20 993
DOM	1,8	20 495

Source : DADS (exploitation au 1/12 en 2005), Insee

Correction $\bar{x} = f_1 \times x_1 + f_2 \times x_2 + f_3 \times x_3 + \dots + f_p \times x_p$

Ici, après avoir exprimé les fréquences sous forme décimale :

$$\begin{aligned} \bar{x} = & 0,253 \times 29\,237 + 0,157 \times 20\,318 + 0,058 \times 20\,501 + 0,08 \times 20\,946 + 0,121 \times 19\,891 \\ & + 0,093 \times 20\,542 + 0,119 \times 25\,811 + 0,1 \times 20\,993 + 0,018 \times 20\,495 = 23\,308,6 \end{aligned}$$

Le salaire annuel net moyen en France en 2005 était d'environ 23 308 €.

REMARQUE : Pour une **série triée en classes**, la répartition à l'intérieur d'une classe est souvent considérée comme **homogène**. La valeur prise par le caractère est supposée unique et égale au **centre de la classe**. Le centre c de la classe $[a; b[$ vaut : $c = (a + b) \div 2$.

Exemple

Déterminer l'âge moyen d'un demandeur d'emploi dans les Bouches-du-Rhône en 2009.

Tranche d'âge	Nombre de demandeurs
[15; 25[	24 146
[25; 55[	107 761
[55; 65]	29 441

Source : INSEE, RP2009 exploitations principales

Correction

- Le centre de la classe $[15; 25[$ est 20 ;
- celui de la classe $[25; 55[$ est 40 ;
- celui de la classe $[55; 65]$ est 60.

$$\bar{x} = \frac{24146 \times 20 + 107761 \times 40 + 29441 \times 60}{24146 + 107761 + 29441}$$

soit $\bar{x} \approx 40,66$

L'âge moyen d'un demandeur d'emploi dans les Bouches-du-Rhône en 2009 était d'environ 41 ans.



Activités mentales

- 1 Calculer la moyenne de la série ci-dessous :

8 ; 14 ; 10 ; 12 ; 11.

- 2 Déterminer une médiane de la série ci-dessous :

0 ; 2 ; 5 ; 8 ; 9 ; 12 ; 15 ; 18 ; 20.

- 3 Déterminer le 1^{er} quartile de la série ci-dessous :

2 ; 5 ; 7 ; 10 ; 12 ; 13 ; 15 ; 17 ; 20.

- 4 Marc a obtenu 12 et 7 aux deux premiers devoirs d'Anglais.

Quelle note doit-il avoir au prochain devoir pour avoir une moyenne trimestrielle de 11 (sans pondération) ?



- 5 Donner une série statistique d'effectif total 3 dont :

- une médiane est 8 ;
- la moyenne est 7 ;
- l'une des valeurs est 4.

- 6 La moyenne de Jean en physique est 8 sur 20.

Son professeur lui rend une dernière interrogation où il a obtenu la note de 11 sur 20.

La moyenne de Jean a-t-elle augmenté ou diminué ?

- 7 Donner une médiane (m), le premier (Q_1) et le troisième (Q_3) quartile de chacune des séries suivantes représentées sous forme de tableau.

1)

Valeur	5	7	8	9	10	12	14
FCC en %	7	23	32	48	63	82	100

2)

Valeur	5	7	8	9	10	12	14
ECC	7	12	16	23	26	29	32

- 8 L'étude d'un caractère qualitatif donne les résultats regroupés dans le tableau suivant. Indiquer :

- 1) l'effectif total N ;
- 2) la position du premier quartile ;
- 3) l'étendue.

Valeur	2	4	5	8	9	10	13
Effectif	2	2	6	15	7	5	2

Effectifs, fréquences

- 9 Voici un tableau présentant les effectifs des élèves scolarisés en classe de troisième à Mathland suivant leur avance ou leur retard de scolarité.

	Filles	Garçons	Total
En avance	12 780	13 434	26 214
Âge normal	275 260	254 831	530 091
1 an de retard	92 471	119 785	212 256
2 ans ou plus de retard	10 677	13 197	23 874
Ensemble	391 188	401 247	792 435

- 1) Combien de filles ont moins d'un an de retard ?
- 2) Combien de garçons sont au plus à l'âge normal ?
- 3) Quelle est la proportion d'élèves :
a) en avance ? b) en retard ?
- 4) Pour comparer les catégories entre elles, on se propose de construire un diagramme en barres triple des fréquences.
a) Calculer les fréquences de trois séries.
b) Construire le diagramme à barres comparatif des trois séries.

10 Répartition par série

Le tableau suivant donne les effectifs des classes de Premières au lycée Tartaglia de Sesaville pour l'année scolaire 2014-2015.

Filière	Filles	Garçons
ES	67	35
L	36	
S	51	74
ST2S	64	6
STMG		41
Total	249	168

- 1) Retrouver les deux données manquantes du tableau.
- 2) Déterminer la proportion de filles :
a) dans l'ensemble des élèves de Première ;
b) parmi les élèves de premières ES ;
c) parmi les élèves de chacune des autres filières.
- 3) Dans quelles séries les filles sont-elles :
a) sous-représentées ? b) sur-représentées ?

11 Radar (d'après Bac L, juin 2011)

En ville, la vitesse est limitée à $50 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$. Le tableau ci-dessous indique les vitesses dépassant la limite autorisée lors d'un contrôle avec un radar.

Vitesse en $\text{km} \cdot \text{h}^{-1}$	51	52	53	54	55
Nombre de voitures	5	6	5	5	12
Vitesse en $\text{km} \cdot \text{h}^{-1}$	56	57	58	59	60
Nombre de voitures	7	6	7	6	4
Vitesse en $\text{km} \cdot \text{h}^{-1}$	61	62	63	64	65
Nombre de voitures	5	6	5	5	11
Vitesse en $\text{km} \cdot \text{h}^{-1}$	66	67	68	69	70
Nombre de voitures	8	6	7	6	3

Dans un compte-rendu de ce contrôle, on peut lire : « Un quart des automobilistes en infraction le sont pour une vitesse n'excédant pas de $5 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$ la limite autorisée, la moitié des automobilistes en infraction n'excèdent pas la vitesse autorisée de plus de $10 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$, et 75 % des automobilistes en infraction n'excèdent pas la vitesse autorisée de plus de $15 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$ ».

Que penser de ces affirmations ?

12 Prévention routière (d'après Bac L, juin 2011)

Suite à l'étude de l'exercice 11, des aménagements urbains sont mis en place afin de réduire la vitesse des automobilistes.

Un sondage est alors réalisé auprès de 250 d'entre eux. Il leur est demandé si les mesures mises en place ont modifié leur comportement à cet endroit.

Voici les résultats :

	Homme	Femme
A modifié ses habitudes	51	38
N'a pas modifié ses habitudes	84	30
Sans opinion	15	32

- 1) Quel est le pourcentage de conducteurs qui ont déclaré avoir modifié leurs habitudes ?
- 2) Parmi les femmes interrogées, quel est le pourcentage de celles qui déclarent avoir modifié leurs habitudes ? Même question pour les hommes. Commenter ces résultats.
- 3) Parmi les personnes ayant modifié leur comportement, quel est le pourcentage de femmes ? D'hommes ? Cela confirme-t-il l'analyse précédente ?

13 Dans la peau d'un proviseur

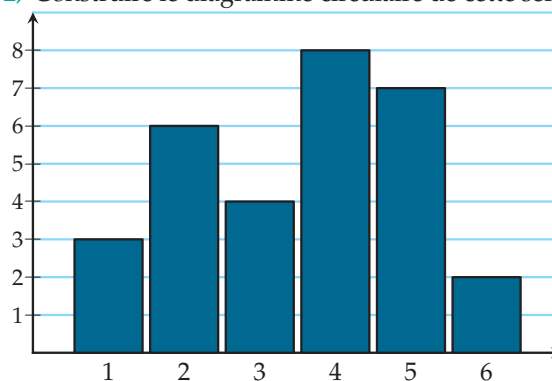
INFO

Le proviseur du lycée Tartaglia de Sesaville (voir exercice 10) souhaite présenter les résultats de son enquête lors de la réunion de rentrée aux parents d'élèves. Il a besoin d'un graphique qui soit le plus explicite possible pour son diaporama. Proposer plusieurs types de graphiques et conseiller le proviseur dans son choix.

14 Nombre d'enfants

Une enquête réalisée auprès d'un groupe d'élèves pour connaître le nombre d'enfants présents dans leur foyer est représentée par le graphique ci-dessous.

- 1) Déterminer les fréquences des différentes modalités de ce caractère.
- 2) Construire le diagramme circulaire de cette série.



15 Les 7 nains

Le minerai de fer de la mine des sept nains contient 40 % de fer pur.

- 1) Les sept nains ont extrait 75 kg de minerai de fer pour fabriquer l'armure du cheval du prince charmant qui est en fer pur (l'armure, pas le cheval !). Combien pèsera cette armure ?
- 2) Ils ont par ailleurs besoin de 150 kg de fer pur. Quelle masse de minerai leur faut-il encore extraire pour l'obtenir ?
- 3) Sur les 150 kg de fer pur, 18 kg vont être transformés en épée pour le prince charmant. Quel pourcentage du fer pur va devenir épée ?



Médiane et quartiles

16 ► MÉTHODE 1 p. 12

Monsieur Chasles, professeur de Mathématiques, s'est rendu compte qu'une grande majorité de ses élèves de 2^e ne connaît pas les identités remarquables. Il a décidé de leur faire une petite interrogation de 5 min tous les jours pour les encourager à les apprendre. Il arrêtera quand la médiane des notes, sur 5, sera strictement supérieure à 4. Voici les notes d'aujourd'hui :

2; 2; 2; 5; 1; 4; 4; 0; 5; 5; 5; 5; 4; 2; 1; 2; 5; 5; 5; 5; 3; 0; 4; 2; 1; 5; 5; 5; 3; 4; 2; 5; 5.

- 1) Y aura-t-il une interrogation demain ? Justifier.
- 2) Reformuler plus simplement la condition de M. Chasles pour qu'il arrête ses interrogations.

17 Il y a 36 élèves dans la classe de Ludwig. Leur professeur d'histoire leur a communiqué les notes sur 20 obtenues au dernier devoir surveillé : 8; 7; 12; 18; 6; 11; 10; 9; 13; 6; 17; 5; 8; 13; 11; 12; 10; 9; 7; 15; 12; 12; 12; 14; 8; 10; 8; 9; 15; 16; 14; 12; 6; 2; 14; 5.

Ludwig et ses amis Wolfgang et Hector ont eu respectivement 9, 10 et 11. Ils voudraient savoir dans quelle moitié de classe ils se situent.

Quelle caractéristique de cette série statistique peuvent-ils calculer pour avoir la réponse ? Justifier et faire le calcul.

18 Lors d'un concours par équipe de sept, chaque membre de l'équipe subit une épreuve et se voit attribuer un score sur 100. Les deux équipes dont le score médian est le plus élevé sont qualifiées pour la finale.

	Équipe 1	Équipe 2	Équipe 3
Joueur 1	73	22	86
Joueur 2	54	36	81
Joueur 3	25	78	57
Joueur 4	48	67	21
Joueur 5	35	59	27
Joueur 6	62	41	92
Joueur 7	59	72	13

- 1) Quelles seront les deux équipes qualifiées ? Justifier.
- 2) Cette manière de sélectionner les équipes paraît-elle pertinente ? Commenter.

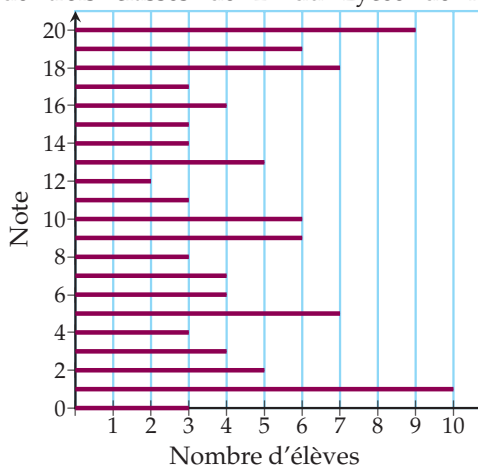
19 ► MÉTHODE 2 p. 12

De 1985 à 2010, les températures moyennes relevées au mois de janvier dans la ville de Luxembourg sont les suivantes.

-4,4; 1,1; -4,3; 4,3; 2,1; 2,4; 0,8; 0,6; 2,7; 2,4; 1,0; -1,2; -2,4; 2,1; 2,9; 1,7; 1,8; 1,6; 0,3; 1,5; 3,2; 0,9; 6,1; 5,1; -0,7; -0,9. (source : <http://www.statistiques.public.lu>)

- 1) Déterminer les quartiles et la médiane de cette série.
- 2) Interpréter les valeurs trouvées en écrivant deux phrases sans utiliser les mots :
a) quartile ; b) médiane.

20 Voici les notes au dernier contrôle commun de trois classes de 2^e du Lycée de Mathyville .



Déterminer les premier et troisième quartiles ainsi qu'une médiane afin de partager les trois classes en quatre groupes d'aide personnalisée.

21 Voici les tailles des joueurs de quatre équipes du groupe B de l'Euroleague de basket 2008-2009.

SLUC - NANCY 1,94 – 1,93 – 1,86 – 1,96 – 1,95 – 1,96 – 1,87 – 2,14 – 2,08 – 2,06 – 2,03 – 2,04

Barcelone (Esp) 1,92 – 1,86 – 1,92 – 2,00 – 1,92 – 2,07 – 1,92 – 1,96 – 2,06 – 2,12 – 2,09 – 2,16

Panathinaikos (Gr) 1,96 – 1,93 – 1,97 – 1,93 – 2,02 – 1,95 – 1,93 – 2,06 – 2,04 – 2,08 – 2,09 – 2,10

Kaunas (Lit) 1,95 – 1,98 – 1,85 – 1,97 – 2,04 – 2,03 – 2,16 – 2,16 – 2,13

(source : revue « Couguars' News n°185 »)

- 1) Calculer la médiane et les quartiles des tailles des joueurs de basket pour chacune des équipes.
- 2) Comparer ces marqueurs aux résultats des équipes. Y a-t-il une corrélation ?

22 Voici la durée moyenne du jour dans différentes villes de notre planète obtenue par un calcul à partir de leur position.

	Oslo	Madrid	Mexico
Janvier	06 : 54	09 : 40	11 : 06
Février	09 : 13	10 : 41	11 : 31
Mars	11 : 52	11 : 58	12 : 03
Avril	14 : 38	13 : 19	12 : 36
Mai	17 : 11	15 : 00	13 : 03
Juin	18 : 41	15 : 20	13 : 16
Juillet	17 : 53	14 : 43	13 : 09
Août	15 : 31	13 : 43	12 : 46
Septembre	12 : 49	12 : 26	12 : 14
Octobre	10 : 05	11 : 06	11 : 41
Novembre	07 : 32	09 : 56	11 : 12
Décembre	06 : 02	09 : 19	10 : 58

- 1) Déterminer l'étendue, la médiane et les quartiles de chacune des séries.
- 2) Représenter graphiquement les trois séries sur un même graphique. Commenter.
- 3) Pour chaque série, rechercher la latitude. Calculer la différence $Q_3 - Q_1$. Que remarque-t-on ?

23 Voici la distribution des salaires nets annuels moyens en euros, en France métropolitaine, en 2008, dans le B.T.P.

	Cadres	Employés	Ouvriers
1 ^{er} décile	26 421	13 602	13 866
1 ^{er} quartile	32 204	15 375	15 790
Médiane	40 903	18 158	18 403
3 ^e quartile	55 064	21 787	21 456
9 ^e décile	78 257	25 984	24 986

Source : <http://www.data-publica.com/>. D'après Insee, DADS 2008

- 1) Faire une phrase pour donner un sens au nombre mis en gras dans la colonne Employés.
- 2) Faire une phrase pour donner un sens au nombre mis en gras dans la colonne Ouvriers.
- 3) Rechercher le sens de « premier décile » et « neuvième décile ». Faire une phrase pour donner un sens au nombre mis en gras dans la colonne Cadres.
- 4) Est-ce qu'au moins 10 % des cadres ont un salaire inférieur à celui d'au moins 90 % des employés ? Justifier.

Moyenne

24 ► MÉTHODE 3 p. 14

Calculer la moyenne de cette série statistique.

Valeur	2	3	4	5	6	7	8
Effectif	5	6	0	12	10	4	3

25 Voici les résultats du sondage « Combien de fois par semaine consultez-vous le cahier de texte en ligne ? » réalisé auprès des élèves de 2^eZ.

Quel est le nombre moyen de connexions ?

Nombre de connexions	0	1	2	3	4	5	6	7
Nombre d'élèves	2	4	3	4	8	9	4	1

26 Voici les résultats d'un sondage sur la peinture de chaussure des clients du magasin TOPCHAUSS.

Quelle est la peinture moyenne de ses clients ?

Pointure	35	36	37	38	39	40
Fréquences en %	2,3	4,3	7,6	10,8	11,4	13,6
Pointure	41	42	43	44	45	46
Fréquences en %	12,7	10,3	8,4	8,1	5,3	5,2

27 Nathalina lance un dé à 6 faces 200 fois.

À partir des résultats présentés dans le tableau, calculer la moyenne des nombres indiqués par le dé.

Face	1	2	3	4	5	6
Fréquences en %	15	16,5	16	14	18,5	20

28 Voici les effectifs d'élèves par âge dans le pré-élémentaire pour l'année 2010-2011 fournis par le site du Ministère de l'Éducation Nationale.

Âge en année	Public	Privé	Total
2	84 852	26 806	111 658
3	704 133	93 134	797 267
4	725 795	96 027	821 822
5	702 469	95 480	797 948
6	8 906	1 532	10 439
Total	2 226 155	312 979	2 539 134

- 1) Calculer les proportions d'élèves de chaque catégorie d'établissement pour chaque âge.
- 2) Calculer l'âge moyen des élèves dans le public puis dans le privé puis pour l'ensemble des élèves.



29 Afin de renouveler le mobilier d'un lycée, le proviseur demande d'effectuer une enquête sur la taille de 100 élèves. Voici le tableau obtenu, où les tailles sont exprimées en cm.

165	159	158	185	168	170	154	166	159	156
164	163	185	169	157	189	164	185	178	168
160	163	164	165	158	185	184	177	186	156
170	155	190	187	157	173	158	155	156	150
178	183	157	179	178	190	150	182	177	153
182	159	150	160	178	176	167	164	189	188
157	161	170	169	179	171	173	169	166	164
187	187	165	154	189	159	156	158	171	189
159	159	166	169	187	190	188	168	158	161
153	170	155	165	182	156	179	169	176	168

1) Regrouper ces données en classes de même amplitude en reproduisant et complétant le tableau suivant. Calculer la moyenne de cette série.

Classe	[150; 160[	...
Effectifs		

2) Le résultat du calcul de la moyenne à l'aide des données brutes a donné 169,3 cm. Comparer cette valeur avec celle trouvée à partir des données brutes.

3) Le proviseur souhaite inclure ces données dans un rapport. Proposer plusieurs types de représentations de cette série. Quelle représentation est la plus pertinente ? Justifier.

30 Une grande enseigne de magasin de meubles a fait tester la solidité des tiroirs de meubles de cuisine avant commercialisation. Un robot a ouvert et fermé inlassablement des tiroirs jusqu'à ce qu'ils cassent. Le tableau suivant indique le pourcentage de tiroirs cassés lors des tests en fonction du nombre d'ouvertures/fermetures au moment de la rupture du tiroir.

Point de rupture	Fréquence en %
[0; 5 000[	8
[5 000; 25 000[	17
[25 000; 50 000[	45
[50 000; 150 000[	18
[150 000; 200 000]	12

Quel est le nombre d'ouvertures/fermetures moyen avant qu'un tiroir ne casse ?

31 Dans un lycée, le devoir commun de mathématiques organisé en seconde a donné les résultats suivants.

Classe	Effectif	Moyenne
Seconde 1	35	9,8
Seconde 2	31	10,2
Seconde 3	34	8,7
Seconde 4	32	11,4
Seconde 5	35	10,6
Seconde 6	16	12,6

Le professeur de mathématiques de la seconde 1 demande à ses élèves de calculer la moyenne de tous les élèves de seconde.

Un élève donne alors très rapidement comme réponse 10,55. A-t-il raison ? Justifier.

32 Le directeur commercial d'une entreprise a fixé comme objectif à ses vendeurs de réaliser sur l'année un chiffre d'affaires mensuel moyen de 28 500 €.

Un vendeur a obtenu les résultats suivants sur les onze premiers mois.

Janvier	Février	Mars	Avril
32 000	27 200	26 400	28 500
Mai	Juin	Juillet	Août
29 300	32 100	31 000	24 700
Septembre	Octobre	Novembre	
26 100	28 600	22 100	

Quel chiffre d'affaires doit-il réaliser en décembre pour atteindre l'objectif fixé ?

33 L'équipe de baseball de Sesamaville a participé au championnat de France avec 19 autres équipes. Pour le classement, un match gagné rapporte 3 points, un match nul rapporte 1 point et un match perdu ne rapporte pas de point. À la fin des 19 matchs, l'équipe est très fière d'avoir gagné 8 matchs.



Mais combien en a-t-elle perdu, sachant que l'équipe a une moyenne d'environ 1,58 points par match ?

Problèmes

34 Grand Prix

ALGO

Voici les résultats (en min:s pour un tour) des qualifications du grand prix de formule 1 de Hongrie 2012.

1 : 20.953	1 : 21.366	1 : 21.416	1 : 26.178
1 : 22.343	1 : 22.847	1 : 21.715	1 : 22.380
1 : 22.723	1 : 23.250	1 : 23.576	1 : 21.939
1 : 21.730	1 : 21.844	1 : 21.900	1 : 24.167
1 : 21.895	1 : 21.895	1 : 22.300	1 : 21.813
1 : 25.244	1 : 25.476	1 : 25.916	1 : 21.483

- Calculer le temps moyen au tour.
- Un tour de circuit mesure 4,381 km.
Calculer la vitesse moyenne sur un tour.
- Un journaliste a écrit : « *un quart des pilotes s'est qualifié en moins d'une minute et 22 secondes !* ». Commenter.
- Écrire un algorithme permettant au journaliste de calculer la moyenne au tour sur les 20 grands prix de la saison en rentrant les 20 temps moyens de chaque grand prix.

35 Dépense durant les soldes

Le montant des dépenses (en euros) de chaque client lors d'une journée de soldes a été relevé et trié dans le tableau ci-dessous où les fréquences sont exprimées en pourcentage.

Classe	[10 ; 30[	[30 ; 50[	[50 ; 70[
Fréquences	15	25	10
Classe	[70 ; 90[	[90 ; 110[	[110 ; 130]
Fréquences	20	10	20

- Construire le polygone des fréquences cumulées croissantes.
- Déterminer par lecture graphique, une approximation
 - de la médiane ;
 - du troisième quartile.
 - du premier quartile ;
- Interpréter ces résultats.
- Déterminer une approximation de la moyenne.
La lecture graphique est-elle possible ?
Interpréter ce résultat.

36 Les cigognes sont passées

(d'après Bac L, juin 2003)

Les tailles sont exprimées en centimètre.

PARTIE A : à la maternité « Beaux jours »

Sur la totalité du mois de janvier 2012, il y a eu 57 nouveau-nés à la maternité « Beaux jours ». Leur taille est donnée dans le tableau ci-dessous.

Taille	46	47,5	48	48,5	49	49,5	50
Effectifs	1	2	3	5	5	7	9

Taille	50,5	51	51,5	52	52,5	53	
Effectifs	8	7	5	2	2	1	

- Calculer la moyenne puis la médiane des tailles de ces 57 nouveau-nés en précisant la démarche.
- Calculer le pourcentage de nouveau-nés ayant une taille inférieure ou égale à 49 cm.
Donner la réponse arrondie à 0,1 %.
- Parmi toutes ces tailles, déterminer la plus petite taille t telle qu'au moins les trois quarts des nouveau-nés aient une taille inférieure ou égale à t cm.
Quel paramètre de la série des tailles a été ainsi trouvé ?

PARTIE B : à la maternité « Bon accueil »

L'étude statistique de la taille des 64 nouveau-nés durant le même mois de janvier 2012 à la maternité « Bon accueil » a donné les résultats suivants :

- Minimum : 46
- Médiane : 49
- Maximum : 53
- 1^{er} quartile : 48
- Moyenne : 49,3
- 3^e quartile : 50,5

- Des deux maternités, une seule possède un service pour les naissances prématurées.
Les résultats précédents permettent-ils de trouver laquelle ? Justifier votre réponse.
- Les deux maternités sont les seules de la ville.
 - Calculer la moyenne des tailles des nouveau-nés, en janvier 2012, dans les maternités de cette ville.
 - Les données de l'énoncé permettent-elles de déterminer la médiane des tailles des nouveau-nés des deux maternités réunies ?
Si oui, la déterminer ; sinon expliquer pourquoi.



37 Engrainons...

ALGO

L'entreprise Pouss'Bio teste un engrais non chimique. Ses chercheurs souhaitent planter plusieurs lots de 500 graines pour essayer plusieurs dosages de leur produit. Afin de mesurer son efficacité, ils vont chaque jour compter le nombre de graines ayant germé. Ils souhaitent reporter leur décompte dans un logiciel qui déterminera pour chaque lot si les trois quarts des graines ont germé.

- 1) Le nombre de graines germées au fil des jours constitue une série statistique. De quelle caractéristique les chercheurs ont-ils besoin pour leur étude ?
- 2) Préparer un algorithme qui, après l'entrée de la date, du numéro du lot et du nombre de graines ayant germé ce jour, indiquera si les trois quarts des graines ont germé.

38 Précipitons-nous

ALGO INFO

Les précipitations mensuelles (en mm) de trois villes, Wellington, Sydney et Cork, ont été relevées pendant une année dans le tableau ci-dessous.

Mois	Wellington	Sydney	Cork
J	72	103,3	138,3
F	62	117,4	115,6
M	90	131,2	98,7
A	100	127,2	67,7
M	117	123,3	83,4
J	147	128,1	68,8
J	136	98,1	66,4
A	123	81,5	88,7
S	100	68,7	96,4
O	115	76,9	125,4
N	99	83,1	111,1
D	86	78,1	133,8

- 1) Établir, à l'aide d'un tableur, un diagramme à barres représentant les données de ce tableau.
- 2) Étudier, commenter et interpréter les différences de précipitations entre ces trois lieux.
- 3) Comment expliquer qu'il ne pleuve qu'un nombre entier de mm à Wellington ?
- 4) Écrire un algorithme qui trie par ordre croissant les précipitations mensuelles d'une ville.

39 Le cœur a ses raisons...

ALGO

Sébastien, étudiant de 19 ans, veut s'inscrire dans une station balnéaire pour un séjour d'été où il aurait des chances de rencontrer des jeunes femmes de son âge.

Prenant quelques références, les stations lui fournissent la moyenne d'âge des inscrites.

Station A : 19 ans. Station B : 31 ans.

Sans hésiter, il s'inscrit dans la station A !

1) Le choix de Sébastien est-il judicieux ?

Les tableaux ci-dessous indiquent les âges des inscrites dans les deux stations.

Station A		Station B	
Âge	Effectif	Âge	Effectif
2	3	18	1
4	1	19	5
5	1	20	2
7	1	45	2
10	1	46	1
11	2	47	1
34	1	48	1
35	2	50	1
50	1		
58	1		

- 2) Pour les deux stations :
 - a) donner la fréquence de la valeur 19 ;
 - b) calculer la médiane et les quartiles ;
 - c) calculer l'étendue ;
 - d) déterminer la modalité de la plus grande fréquence.
- 3) Finalement, le choix de Sébastien est-il judicieux ? Argumenter.
- 4) Écrire l'algorithme que Sébastien a utilisé pour calculer la fréquence de la valeur 19.

40 Astuce

ALGO

Stéphane a eu 5 notes en devoir de mathématiques, toutes de même coefficient : 11, 14, 10, 12 et 8. Sans réfléchir il affirme que sa moyenne est 11.

- 1) A-t-il raison ?
- 2) Expliquer et justifier son raisonnement.
- 3) Écrire un algorithme permettant de répondre à la question avec la méthode de Stéphane.

41 Poisson d'avril

ALGO

Une entreprise vend des boîtes de 100 g de maquereaux et effectue des relevés de masse (donnés en grammes) sur un échantillon de 200 boîtes et obtient les résultats ci-dessus.

Poids	Boîtes	Poids	Boîtes
95	1	101	27
96	1	102	68
97	1	103	48
98	3	104	21
99	4	106	3
100	22	107	1

- 1) Selon vous, quel est le réglage de la machine qui pèse la masse de maquereaux contenus dans chaque boîte? Argumenter en calculant certains résumés statistiques de la série.
- 2) Le réglage semble-t-il correct? Commenter.
- 3) Écrire un algorithme calculant le pourcentage de boîtes dont la masse est strictement inférieure à 100 g.

42 Who run the world?

ALGO

Voici des extraits du bilan d'un devoir commun dans un lycée comptant douze secondes.

- Dans les secondes 1 à 6, les 43 filles ont eu 8 de moyenne tandis que les 167 garçons ont eu 9,5.
 - Dans les secondes 7 à 12, les 56 garçons ont eu 14,3 de moyenne tandis que les 134 filles ont eu 11,8.
- 1) Est-ce les filles qui ont eu les meilleurs résultats?
 - 2) Écrire un algorithme permettant de répondre à la question.

43 Made in...

ALGO

La société Plastik possède 5 filiales dont voici les chiffres d'affaires de l'année écoulée.

Filiales	Budgets
Kanarabin	97 412 000
Bidond8le	97 420 000
Peau2iahourte	97 429 000
Gobe-lait	97 431 000
Pouce7	97 413 000

- 1) Déterminer, sans l'aide de la calculatrice, la moyenne des budgets des cinq sociétés de l'entreprise mère Plastik.
- 2) Écrire un algorithme qui permette de déterminer quelle entreprise a le plus gros chiffre d'affaires.
- 3) Écrire un algorithme qui permette de déterminer quelle entreprise a le bénéfice le plus faible.

44 Arpagon

ALGO

PRENDSOU et SNIPSOU, deux PDG de deux entreprises du COINC 40, se prennent le bec.

- PDG de SNIPSOU : « Je paye mieux mes salariés que vous ! Mes 128 employés ont un salaire moyen de 1 850 € et mes 32 cadres ont un salaire moyen de 3 150 €, contre 1 600 € pour vos employés et 2 500 € pour vos cadres. »
- PDG de PRENDSOU : « Détrompez-vous ! Le salaire moyen dans mon entreprise est plus important que dans la vôtre pour mes 90 employés et 70 cadres. »

- 1) Expliquer en quoi le PDG de PRENDSOU pense « détromper » celui de SNIPSOU.
- 2) Écrire un algorithme permettant de calculer la moyenne des salaires sur une entreprise.
- 3) Connaissant les salaires moyens de deux entreprises, écrire un algorithme permettant de savoir quelle entreprise paye le mieux ses salariés.

45 Souriez, vous êtes flashés

ALGO

Les résultats d'un contrôle de vitesse dans une agglomération (vitesse limitée à $50 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$) sont consignés dans le tableau ci-contre.

Vitesse en km/h	Effectif
[20 ; 50[	104
[50 ; 70[	54
[70 ; 80[	13
[80 ; 90[	7
[90 ; 100[	5
[100 ; 130]	2

- 1) Expliquer pourquoi les gendarmes ont choisi de regrouper les données avec les classes indiquées dans le tableau.
- 2) On suppose que, dans chaque classe, les éléments sont répartis de manière uniforme.
 - a) Estimer la vitesse moyenne enregistrée.
 - b) Tracer le polygone des effectifs cumulés croissants.
 - c) Déterminer graphiquement la vitesse médiane ainsi que les vitesses quartiles.
- 3) Écrire un algorithme qui programme le radar pédagogique situé en amont du radar ($< 50 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$: merci ; $> 50 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$: ralentir).
- 4) Après avoir recherché les amendes qu'encourent ceux qui roulent à trop grande vitesse, écrire un algorithme qui affiche les conséquences d'une vitesse excessive en fonction de la vitesse mesurée.



46 Aidons Élodie

ALGO INFO

Après avoir postulé et été acceptée sur un poste de secrétaire de direction dans deux entreprises différentes, Élodie cherche maintenant à comparer les salaires proposés avant de faire son choix.

PARTIE A : dans l'entreprise A

Elle ne trouve que le tableau suivant.

Salaires	Nombres d'employés
850	1
950	1
1000	5
1100	10
1250	12
1350	15
1450	12
3000	10
5000	4
10000	2

- 1) Calculer la moyenne des salaires.
- 2) Déterminer la médiane, le premier et le troisième quartile. Justifier.
- 3) Écrire un algorithme pour calculer une médiane de l'entreprise A.

PARTIE B : dans l'entreprise B

Elle obtient les indications suivantes.

- Le salaire moyen est 3 970 €.
 - Le salaire médian est de 1 000 €.
 - 25 % des employés ont un salaire inférieur à 950 € et 25 % ont un salaire supérieur à 1 100 €.
 - Le salaire minimum est de 850 €.
- 1) Établir, à l'aide d'un tableur, un diagramme à barres représentant les données de ce tableau.
 - 2) Comment expliquer une telle différence de salaire moyen ?
 - 3) Quelle entreprise conseiller à Élodie ?



47 Schling

ALGO

Une agence bancaire a réalisé une enquête de marché sur la possibilité de faire payer les chèques bancaires aux clients émetteurs. 1500 chèques ont été étudiés.

Ils sont classés suivant leur montant, exprimé en euros, et les résultats de cette enquête figurent dans le tableau suivant.

Classe	Effectif n_i
[0; 20[	16
[20; 40[	41
[40; 60[	94
[60; 80[	165
[80; 100[	220
[100; 120[	300
[120; 140[	253
[140; 160[	237
[160; 180[	95
[180; 200[	54
[200; 220]	25

- 1) Déterminer le pourcentage de chèques dont le montant est :
 - a) supérieur ou égal à 160 € ;
 - b) strictement supérieur à 100 € ;
 - c) supérieur ou égal à 100 € et strictement inférieur à 160 €.
- 2) Représenter l'histogramme des fréquences cumulées croissantes. On donnera chaque valeur approchée à 10^{-2} près.
- 3) On suppose que, dans chaque classe, les éléments sont répartis de manière uniforme.
 - a) Tracer le polygone des fréquences cumulées croissantes.
 - b) Déterminer de manière graphique, la médiane de cette série statistique.
 - c) Dans le but de faire payer 20 % des clients, quel montant faut-il choisir comme seuil au-dessous duquel les chèques seront payants ?
 - d) Lorsque le montant d'un chèque est supérieur à 200 €, la banque décide de taxer à 0,5 % l'encaissement de ce chèque. Écrire un algorithme que doit mettre en place l'informaticien qui programme le logiciel de la banque pour lui permettre d'afficher la taxe en fonction de la valeur du chèque rentré.



À la fin de ce chapitre, je dois être capable de :

Analyser les données brutes d'une série

- ▶ caractère
- ▶ type
- ▶ modalité

Déterminer et interpréter

- ▶ une médiane
- ▶ des quartiles
- ▶ des fréquences

Trier les données brutes d'une série

- ▶ en dressant un tableau d'effectifs
- ▶ en déterminant des classes

Construire et lire un graphique

- ▶ diagramme à barres
- ▶ histogramme
- ▶ polygone des fréquences cumulées croissantes



QCM d'auto-évaluation

Des ressources numériques
pour préparer le chapitre sur
manuel.sesamath.net



Pour chaque question, plusieurs réponses sont proposées. Déterminer celles qui sont correctes.

Dans un groupe d'une classe de seconde, on demande l'âge de tous les élèves.

On obtient les résultats suivants : 14 ; 14 ; 15 ; 15 ; 15 ; 15 ; 15 ; 15 ; 15 ; 15 ; 16 et 16 ans.

48 Le caractère étudié est :

- ☐ a l'élève
- ☐ b l'âge de l'élève
- ☐ c le groupe de cette classe de seconde
- ☐ d l'ensemble des différents âges

49 Le caractère étudié est :

- ☐ a quantitatif et la série est ordonnée
- ☐ b qualitatif et la série est ordonnée
- ☐ c quantitatif et la série est désordonnée
- ☐ d qualitatif et la série est désordonnée

50 Il y a :

- ☐ a plus de 10 modalités
- ☐ b moins de 9 modalités

51 Le tableau d'effectifs de cette série est :

a	Âge	14	15	16
	Effectifs	2	9	1

b	Âge	14	15	16
	Effectifs	2	9	2

c	Âge	14	15	16
	Effectifs	a	b	c

avec $a + b + c = 13$

- ☐ d Les trois tableaux précédents sont faux

52 L'âge moyen et l'âge médian sont différents

- ☐ a vrai
- ☐ b faux

On étudie, dans un immeuble, le nombre d'enfants par logement. Voici le tableau d'effectifs obtenu.

Nombre d'enfants par logement	0	1	2	3	4
Effectifs	15	18	11	4	2

53 L'effectif total de cette série est égal à :

- a** 44 **b** 5 **c** 50 **d** 4

55 La fréquence des logements sans enfant est :

- a** 0,3 **b** 15 % **c** 0,5 **d** 40 %

54 La moyenne est égale à :

- a** 1,5 **b** 3 **c** 2 **d** 1,2

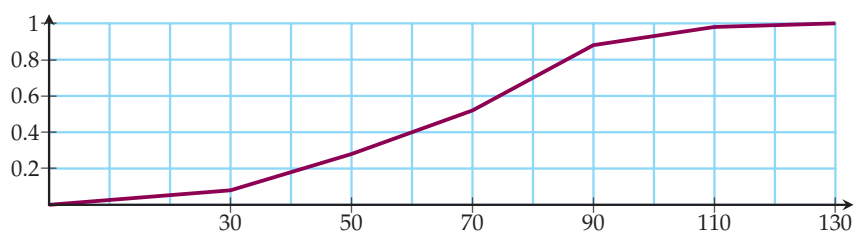
56 La médiane de la série est égale à :

- a** 1 **b** 1,2 **c** 2 **d** 11

On étudie dans un immeuble la superficie (en m²) des logements.

Voici le tableau d'effectifs obtenu et le diagramme des fréquences cumulées croissantes de cette série.

Surface	[0 ;30[	[30 ;50[	[50 ;70[	[70 ;90[	[90 ;110[	[110 ;130]
Effectif	4	10	12	18	5	1



57 La formule donnant la moyenne est :

- a** $\frac{4 \times 15 + 10 \times 40 + 12 \times 60 + \dots + 1 \times 120}{4 + 10 + 12 + 18 + 5 + 1}$ **b** $\frac{4 \times 15 + 10 \times 40 + 12 \times 60 + \dots + 1 \times 120}{5}$

58 Le tableau des fréquences cumulées croissantes est :

a	Surface	[0 ;30[	[30 ;50[	[50 ;70[	[70 ;90[	[90 ;110[	[110 ;130]
	FCC	0,08	0,2	0,24	0,36	0,1	0,02
b	Surface	[0 ;30[	[30 ;50[	[50 ;70[	[70 ;90[	[90 ;110[	[110 ;130]
	FCC	0,08	0,28	0,52	0,88	0,98	1

59 La moyenne de la série est égale à :

- a** 65 **b** 59,4 **c** 80 **d** 64,8

60 Par lecture graphique, on peut en déduire que la superficie :

- a** est inférieure à 70 m² pour 70 % des logements **c** est supérieure à 70 m² pour 30 % des logements
b est inférieure à 80 m² pour 70 % des logements **d** est inférieure à 70 m² pour 27 logements

61

- a** Le premier quartile est compris entre 40 et 50 **c** La médiane vaut un peu moins que 70 m²
b Le premier quartile est compris entre 30 et 20 **d** Le troisième quartile vaut un peu moins que 80 m²

TP 1 État marital des français au 1^{er} janvier 2007

INFO

L'objet de ce T.P. est l'étude de la population totale de la France métropolitaine en fonction du sexe, de l'âge et de l'état matrimonial au 1^{er} janvier 2007.

Un fichier de travail est disponible sur le manuel numérique en ligne.

Faire valider les résultats entre chaque question.

- 1) Comment interpréter le nombre 219 606 se trouvant dans la cellule E43 ?
- 2) Représenter la pyramide des âges pour la population française, au 1^{er} janvier 2007.
Analyser le graphique obtenu. Compléter votre analyse à l'aide d'indicateurs pertinents.
- 3) Compléter les tableaux 2 et 3 donnant les fréquences de l'état matrimonial pour les hommes (majeurs) puis pour les femmes (majeures) et représenter la situation à l'aide de deux diagrammes circulaires. Commenter.
- 4) Comparer la situation matrimoniale des hommes et des femmes. Pour cela, réaliser un diagramme en barres comparatif des données des hommes et des femmes.

TP 2 Population légales 2009 pour deux départements

INFO

L'INSEE met régulièrement à disposition des statistiques sur les populations des communes de France. On s'intéresse ici au recensement de 2009. Les données sont disponibles www.insee.fr.

1 Le Gard

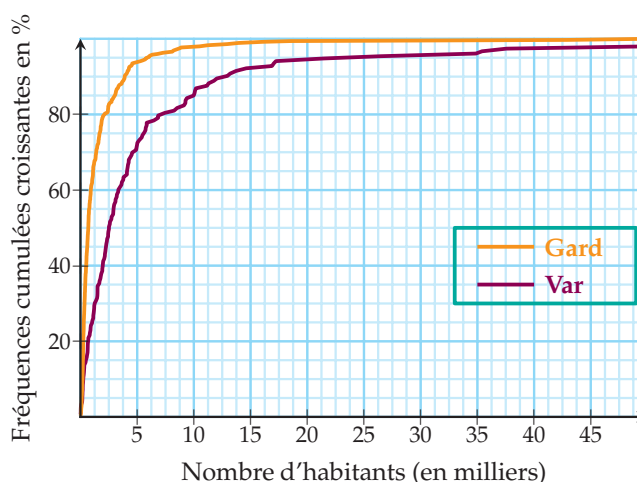
Ouvrir le fichier de travail du manuel numérique en ligne.

- 1) Trier les données par ordre croissant.
Dans combien de communes la population dépasse-t-elle 10 000 habitants ?
- 2) Les communes de plus de 10 000 habitants représentent-elles plus de 25 % des communes ?
- 3) Calculer le nombre moyen d'habitants par commune dans le département de l'Hérault.
 - a) Donner la médiane de cette série.
 - b) Quel est, selon vous, l'indicateur le mieux adapté pour analyser la structure de la population de ce département ?

2 Comparaison entre les départements du Var et du Gard

On considère ci-contre une portion des polygones des fréquences cumulées croissantes du nombre de communes en fonction de leur population, pour les départements du Var et du Gard.

- 1) Pour chacun des départements, donner la population présente dans 90 % des communes.
- 2) Comment interpréter que l'une de ces courbes est en-dessous de l'autre ?

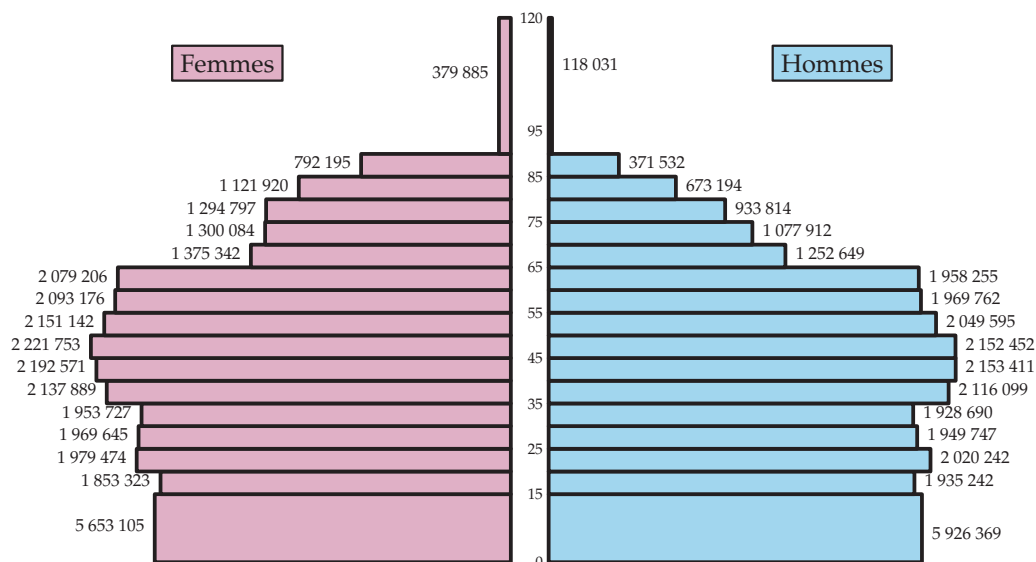


TP 3 Étude comparative de la population française en 2011 et en 1946

INFO

Toutes les données ont été extraites du site de l'INSEE, dans le thème « Évolution de la population ».

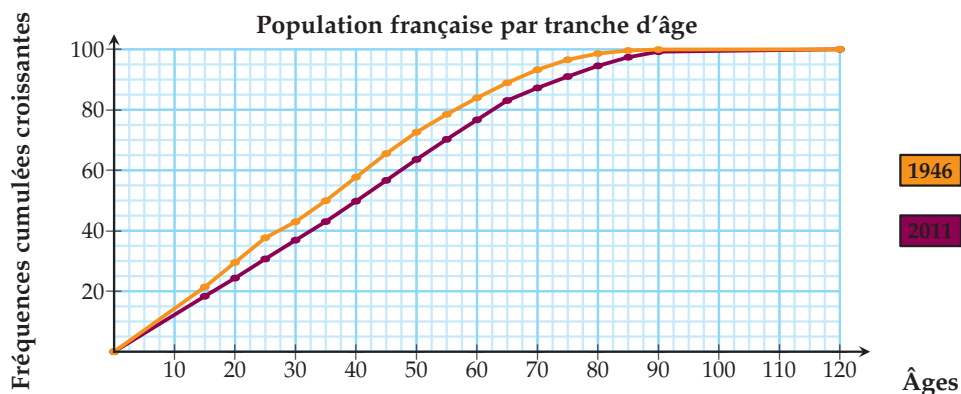
1 Pyramide des âges en 2011



- 1) Calculer la moyenne d'âge des hommes et celle des femmes.
- 2) Calculer la médiane ainsi que les quartiles pour les deux séries.
- 3) À l'aide des indicateurs qui vous semblent pertinents, commenter la pyramide des âges.

2 Évolution de la population

Le graphique ci-dessous donne les courbes des fréquences cumulées croissantes de la population française par tranche d'âge en 1946 et en 2011.



- 1) Quelle est la signification du point de la courbe de 1946 de coordonnées (20 ; 30) ?
- 2) À partir du graphique ci-dessus, donner la médiane et les quartiles pour chacune des séries.
- 3) Comparer l'évolution de la répartition des âges en France entre 1946 et 2011.

TP 4 Développement durable en Europe

INFO

Eurostat a fourni pour les 27 pays de l'Union Européenne des données sur le développement durable disponibles en téléchargeant les fichiers sur leur site.

On en a extrait trois séries statistiques concernant :

- la part des énergies renouvelables dans la consommation finale d'énergie (en %) ;
- le volume d'émission de gaz à effet de serre (en milliers de tonnes) ;
- le nombre d'habitants par pays de l'Union Européenne.

1 Traitement informatisé

Après avoir téléchargé le fichier de travail sur le manuel en ligne,

- 1) calculer la moyenne $\bar{x}$, la médiane m_e et les quartiles Q_1 et Q_3 pour chacune des séries.
- 2) Représenter chaque série statistique par un diagramme à barres.

2 Analyse des données

On va maintenant utiliser ces calculs.

- 1) L'émission de gaz à effet de serre de la France est-elle supérieure à la moyenne européenne ?
Combien de pays émettent plus de gaz à effet de serre que la moyenne européenne ?
Comparer la moyenne et la médiane. Comment expliquer une telle différence ?
- 2) Calculer la part d'émission de gaz à effet de serre de la France dans l'Union Européenne.
- 3) Comment expliquer la différence entre la moyenne des parts des énergies renouvelables dans la consommation finale des 27 pays de l'Union Européenne et pourcentage de l'U.E. qui apparaît sur le graphique ?
- 4) Pour chacun des pays de l'Union Européenne, calculer la quantité de gaz à effet de serre émise par habitant. Est-ce qu'un pays ayant une grosse part de consommation en énergie a une faible émission de gaz à effet de serre par habitant ?

Récréation, énigmes

Éducation aux médias (source : www.statistix.fr)

- Neuf Français sur dix appartiennent à l'écrasante majorité de la population, et pourtant, il est difficile d'en conclure quoi que ce soit. *Hervé Le Tellier, le Monde électronique 01/07/06.*
- Dans le journal Libération du 17-18 juin 2006, on pouvait lire le titre suivant page 14 :
« Pour manger, un salarié sur dix a recours aux associations. »

Combien de salariés en France auraient recours aux associations ?

Plus loin dans l'article, on lit que, parmi les personnes faisant appel aux associations (de type banques alimentaires),

« une sur dix est salariée »

Quel est le pourcentage de lecteurs de Libération qui ont lu un titre erroné ?

Échantillonnage

Connaissances du collège nécessaires à ce chapitre

- ▶ Calculer une fréquence
- ▶ Interpréter une fréquence
- ▶ Calculer une probabilité
- ▶ Interpréter une probabilité



Auto-évaluation

Des ressources numériques pour préparer
le chapitre sur manuel.sesamath.net



1 Aux congrès des héros, on trouve des Jedis (J), des chevaliers de la Table Ronde (T) et des elfes des Terres du milieu (E).

Héros	J	T	E
Effectifs à Londres	37	77	23
Effectifs à Baltimore	53	48	40

- 1) Dans quelle ville de congrès, les Jedis sont-ils les plus présents ?
- 2) Même question pour les chevaliers.
- 3) Pour ces deux relevés, calculer les fréquences de présence de chaque type de héros à 0,01 près.

2 Un jeu consiste à miser sur le doigt des deux mains que va faire apparaître un animateur (qui ne connaît pas les paris).

- 1) Quelle est la probabilité de gagner ? Répondre sans justifier.
- 2) Si je joue 10 fois, suis-je sûr de gagner ?
- 3) Si je joue 100 fois, suis-je sûr de gagner 10 fois ?
- 4) 10 personnes jouent. Elles ne connaissent pas le vote des autres. Est-on sûr qu'au moins l'une d'entre elles va gagner ?
- 5) 10 personnes jouent. Chacune a un vote différent des autres. Est-on sûr qu'au moins l'une d'entre elles va gagner ?

➡ ➡ ➡ Voir solutions p. 259



ACTIVITÉ 1 Lancer de dé cubique

INFO

On utilise un dé bien équilibré. On le lance pour noter le numéro de la face supérieure.

- 1) a) On effectue 20 lancers. Proposer une répartition possible de ces lancers.

Faces	1	2	3	4	5	6
Effectifs						

- b) Plusieurs solutions sont-elles possibles ?
- c) Celle que vous avez choisie vous paraît-elle :
- probable ?
 - improbable ?
 - difficile à dire ?
- 2) Pour reproduire cette expérience, on utilise la feuille de calcul d'un tableur.
- La fonction ALEA donne un nombre aléatoire dans l'intervalle $[0; 1[$.
- La fonction ENT nous donne la partie entière d'un nombre.
- a) Expliquer pourquoi $\text{ENT}(1+6*\text{ALEA}())$ simule le lancer d'un dé équilibré.
- b) Entrer cette fonction dans la case A1. La copier (Ctrl C)
- Sélectionner la plage A2:A100 (en écrivant A2:A100 dans le sélectionneur de plage en haut à gauche) puis coller la formule (Ctrl V).
- c) La formule $\text{NB.SI}(A1:A100; 1)$ permet de savoir combien il y a de 1 sur la plage A1:A100. Donner l'effectif de chaque face.
- d) Construire le diagramme en barres.
- e) Appuyer sur F9. Qu'observe-t-on ?

Expliquer le terme de fluctuation d'échantillonnage.

ACTIVITÉ 2 Lancé de dé décagonal

INFO

On lance un dé équilibré à 10 faces et on note le numéro de la face supérieure.

- 1) a) En utilisant un tableur, faire une colonne de 100 lancers d'un dé à 10 faces.
- b) Afficher en cellule A102 la fréquence des lancers supérieurs ou égaux à 4.
- On utilisera la fonction $\text{NB.SI}(A1:A100; ">=4")$.
- c) Recalculer plusieurs fois et noter les résultats.
- d) Quelle semble être la probabilité d'obtenir une face supérieure ou égale à 4 ?
- 2) On va maintenant faire 1 000 simulations de 100 lancers.
- a) Sélectionner la plage A1:A102, puis la copier et la coller dans la plage B1:ALL102.
- b) Sélectionner la plage des fréquences et faire un graphique de type ligne (points seuls).
- c) Dans quel intervalle se situe la plupart des fréquences ?
- 3) a) Déterminer la proportion des fréquences comprises entre les 2 valeurs trouvées en 2c.
- On utilisera deux fois la formule NB.SI pour l'encadrement.
- b) « Au moins 95 % des fréquences de nos 1 000 simulations sont dans cet intervalle ». Est-ce plausible ?

Expliquer le terme de fiabilité des simulations.



1. Échantillon, simulation et fluctuation

■ DÉFINITION : Expérience aléatoire

Une **expérience aléatoire** est une expérience renouvelable dont les résultats possibles sont connus sans qu'on puisse déterminer lequel sera réalisé.

REMARQUE : exemples d'expériences aléatoires :

- le lancer de dé ;
- un sondage d'opinion avant une élection ;
- le tirage de jetons dans une urne ou de cartes dans un jeu.

■ DÉFINITION : Échantillon

Un **échantillon** de taille n est constitué des résultats de n répétitions indépendantes de la même expérience.

REMARQUE : exemples d'échantillons.

- on lance une pièce 50 fois et on regarde si on obtient pile ;
- on tire 20 fois une carte d'un jeu de 32 cartes en la remettant et on regarde si c'est un cœur ;
- on interroge 1 000 personnes et on leur demande si elles voteront.

■ DÉFINITION : Fluctuation d'échantillonnage

Deux échantillons de même taille issus de la même expérience aléatoire ne sont généralement pas identiques.

On appelle **fluctuation d'échantillonnage** les variations des fréquences des valeurs relevées.

NOTATION :

- n est le nombre d'éléments de l'échantillon. C'est l'**effectif** ou la **taille de l'échantillon**.
On dit que l'échantillon est de taille n .
- f_o est la **fréquence** du caractère observé dans l'échantillon.
- p est la **proportion effective** du caractère observé dans la population.

REMARQUE :

Plus la taille de l'échantillon augmente, plus les fréquences observées se rapprochent de p .

2. Prise de décision : intervalle de fluctuation (p est connu)

Protocole Soit une population pour laquelle on étudie la proportion d'un caractère.

On émet une hypothèse sur la proportion p du caractère étudié dans la population. On considère donc p comme connu car il a une valeur conjecturée.

Un échantillon de taille n de cette population est prélevé et on observe une fréquence f_o du caractère étudié.

La question Peut-on, à partir de l'observation de f_o , valider la conjecture faite sur p ?

La fréquence observée, f_o , est-elle proche ou éloignée de la probabilité ou proportion théorique, p ?

■ DÉFINITION : Intervalle de fluctuation

L'intervalle de fluctuation au seuil de 95 %, relatif aux échantillons de taille n , est l'intervalle centré autour de p qui contient la fréquence observée f_o dans un échantillon de taille n avec une probabilité égale à 0,95.

REMARQUES :

- Il n'existe pas d'intervalle dans lequel on trouverait f_o avec certitude (à moins de prendre l'intervalle $[0; 1]$...) à cause de la fluctuation d'échantillonnage.
- Cet intervalle peut être obtenu de façon approchée à l'aide de simulations.

■ PROPRIÉTÉ

Soit p la proportion effective d'un caractère d'une population comprise entre 0,2 et 0,8 et f_o la fréquence du caractère dans un échantillon de taille n supérieure ou égale à 25. f_o appartient à l'intervalle $\left[p - \frac{1}{\sqrt{n}}, p + \frac{1}{\sqrt{n}}\right]$ avec une probabilité d'environ 0,95.

REMARQUE : La taille de l'intervalle de fluctuation $\left(\frac{2}{\sqrt{n}}\right)$ diminue si n augmente.

MÉTHODE 1 Prendre une décision

► Ex. 18 p. 35

Dans les conditions de la définition et de la propriété :

- On émet une hypothèse sur la proportion du caractère de la population p .
- On détermine l'intervalle de fluctuation au seuil de 95 % de la proportion p dans des échantillons de taille n .
 - Si f_o n'appartient pas à cet intervalle, on rejette l'hypothèse faite sur p avec un risque d'erreur de 5%.
 - Si f_o appartient à cet intervalle, on ne rejette pas l'hypothèse faites sur p .

Exercice d'application

Dans la réserve indienne d'Aamjiwnaag, située au Canada, à proximité d'industries chimiques, il est né entre 1999 et 2003, 132 enfants dont 46 garçons. Est-ce normal ?

Correction On fait ici l'hypothèse P suivante : « le sexe d'un enfant qui naît dans cette réserve est un garçon avec une probabilité de 0,5 ».

La taille de l'échantillon est $n = 132$ ($n \geq 25$) et la fréquence observée est $f_o = \frac{46}{132} \approx 0,34$ avec $0,2 \leq f_o \leq 0,8$.

L'intervalle de fluctuation au seuil de 95 % est :

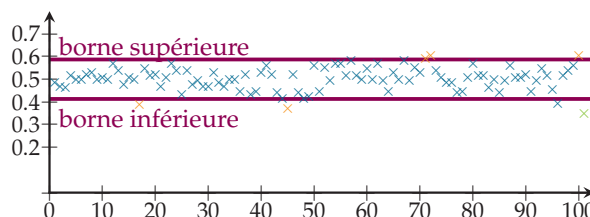
$$IF = \left[0,5 - \frac{1}{\sqrt{132}}; 0,5 + \frac{1}{\sqrt{132}}\right] \approx [0,41; 0,58].$$

$f_o \notin IF$ et on rejette l'hypothèse P .

La probabilité qu'un garçon naisse dans cette réserve n'est pas de 0,5.

Les 95% sont illustrés avec le graphique qui suit :

On simule 100 fois le comptage de garçons sur 132 naissances. Dans 94 simulations, la proportion des garçons nés se trouve dans l'intervalle de fluctuation.





3. Estimation : Intervalle de confiance (p est inconnu)

L'intervalle de fluctuation permet d'avoir un intervalle où se situe la proportion inconnue p avec une probabilité de 0,95 %.

■ PROPRIÉTÉ

On considère un échantillon de taille n ($n \geq 25$) tel que $f_o \in [0, 2; 0, 8]$.

Alors p appartient à l'intervalle $\left[f_o - \frac{1}{\sqrt{n}}; f_o + \frac{1}{\sqrt{n}}\right]$ avec une probabilité de 0,95.

■ DÉFINITION : Intervalle de confiance

Un **intervalle de confiance au seuil de 95%**, relatif aux échantillons de taille n , est un intervalle centré autour de f_o où se situe la proportion p du caractère dans la population avec une probabilité égale à 95 %.

L'intervalle $\left[f_o - \frac{1}{\sqrt{n}}; f_o + \frac{1}{\sqrt{n}}\right]$ est donc appelé intervalle de confiance au seuil de 95 %.

■ **PREUVE** Cette symétrie dans les définitions d'intervalles de confiance et de fluctuation provient des inégalités suivantes :

$$\begin{aligned}f_o \in \left[p - \frac{1}{\sqrt{n}}; p + \frac{1}{\sqrt{n}}\right] &\Leftrightarrow p - \frac{1}{\sqrt{n}} \leq f_o \text{ et } f_o \leq p + \frac{1}{\sqrt{n}} \\&\Leftrightarrow p \leq f_o + \frac{1}{\sqrt{n}} \text{ et } f_o - \frac{1}{\sqrt{n}} \leq p \\&\Leftrightarrow p \in \left[f_o - \frac{1}{\sqrt{n}}; f_o + \frac{1}{\sqrt{n}}\right]\end{aligned}$$

MÉTHODE 2 Estimer la proportion d'un caractère

► Ex. 40 p. 38

- On réalise un échantillon de taille n et on y obtient une fréquence observée f_o .
- On construit l'intervalle de confiance à partir de n et f_o .

La proportion réelle dans la population se situe dans cet intervalle avec une probabilité d'environ 0,95.

Exercice d'application

Le 4 mai 2007 soit deux jours avant le second tour des élections présidentielles, on publie le sondage suivant réalisé auprès de 992 personnes :

S. Royal : 45%
N. Sarkozy : 55%

Interpréter ce sondage.

■ **Correction** On calcule l'intervalle de confiance pour N. Sarkozy.

$$\begin{aligned}I &= \left[f - \frac{1}{\sqrt{n}}; f + \frac{1}{\sqrt{n}}\right] \\I &= \left[0,55 - \frac{1}{\sqrt{992}}; 0,55 + \frac{1}{\sqrt{992}}\right] \\&\text{soit } I \approx [0,518; 0,582].\end{aligned}$$

La proportion des votants en faveur de N. Sarkozy se trouvant dans $[0,518; 0,582]$ avec 95% de chance, on peut en déduire qu'il avait de grande chance d'être élu.

■ **REMARQUE** : Les sondages sont souvent réalisés auprès d'environ 1000 personnes car cela permet de connaître la proportion d'un candidat à 3% près.

Activités mentales

On donnera les résultats sous forme fractionnaire.

1 Une entreprise pharmaceutique souhaite savoir si une de ses machines dose correctement des gélules de paracétamol de 1g.

Pour cela, le responsable qualité prélève un lot de 513 pastilles et constate que 437 sont conformes.

La machine est considérée comme fonctionnelle si, sur 100 gélules, au moins 97 sont conformes.

Dans cette étude, quelle est :

- 1) la taille n de l'échantillon ?
- 2) la proportion théorique p ?
- 3) la fréquence observée f_o ?

2 On estime qu'il y a 119 garçons pour 100 filles nées en Chine. Une chinoise est enceinte. Quelle est la probabilité que son enfant soit un garçon ?

3 Dans une usine automobile, une machine fabrique 230 pommeaux de levier de vitesse par heure. Pour tester si les dimensions du pommeau sont bonnes, on mesure durant 30 min les produits fabriqués et on constate que 73 pommeaux ont des dimensions conformes.

Donner la proportion des pommeaux conformes parmi les pommeaux prélevés.

4 Dans une classe de seconde, on constate qu'il y a 12 garçons pour 24 filles. La répartition garçon/fille de cette classe est-elle conforme à la population française ?

5 Lors d'un sondage auprès de 1 000 personnes aux États-Unis avant les élections de 2012, on a recueilli une intention de vote de 52,2 % pour M. Obama contre 47,8 % pour M. Romney.

L'équipe de campagne de M. Obama pouvait-elle être sereine ?

6 Pour l'élection des députés, Hermione fait un sondage sur 100 élèves.

Quelle est la précision de ses résultats ?

7 H.Potier fait effectuer un sondage et obtient que f_o est dans l'intervalle $[32, 3; 32, 5]$.

- 1) Quelle valeur de f_o a-t-il trouvé ?
- 2) Quelle est la taille de l'échantillon ?

Échantillon, simulation, fluctuation

8 Dédé possède un dé équilibré à quatre faces numérotées de 1 à 4.

On s'intéresse à la sortie du nombre 4.

1) Imaginer un échantillon de taille 30 puis compléter le tableau suivant qui résume votre échantillon.

Issue				
Effectif				

2) Proposer un tableau qui pourrait résumer un échantillon de taille 237 de l'expérience du lancer de dé, qui selon vous, est raisonnable.

3) Proposer un autre tableau pour un autre échantillon de taille 237, qui selon vous, est très improbable.

Expliquer pourquoi.

9 Une urne contient 60 jetons, 20 blancs et 40 noirs.

1) On tire successivement, sans regarder et sans remise 6 jetons de cette urne.

On s'intéresse au nombre de jetons blancs.

A-t-on obtenu un échantillon ? Justifier.

2) On tire successivement sans regarder et avec remise 6 jetons de cette urne.

On s'intéresse au nombre de jetons blancs.

A-t-on obtenu un échantillon ? Justifier.

10 Programmer l'aléatoire

ALGO

En informatique, tout langage a une commande qui simule un nombre aléatoire entre 0 et 1 exclu.

Par exemple :

- AlgoBox : random()
- Scilab : rand()
- Python : random()
- LibreOfficeCalc : alea()

En version papier, on utilisera la notation aleatoire().

Que fait l'algorithme suivant ?

1. *Algorithme* : algo_mystere
2. *Liste des variables utilisées*
3. alea : nombre
4. resultat : nombre
5. *Traitements*
6. Donner à alea la valeur de aleatoire()
7. Donner à resultat la valeur de 10*alea
8. Afficher la valeur resultat
9. *Fin de l'algorithme*



11 Pile ou face

ALGO

Écrire un algorithme qui simule le lancer d'une pièce de monnaie équilibrée.

On pourra utiliser la commande « `aleatoire()` » qui renvoie un nombre aléatoire dans l'intervalle $[0; 1[$.

12 Piocher une carte

ALGO

Écrire un algorithme qui simule la pioche d'une carte dans un paquet de 32 cartes et renvoie la valeur de la carte.

13 Pile ou face enchaîné

ALGO

En utilisant l'algorithme de l'exercice 11 : écrire un algorithme qui simule 127 lancers d'une pièce de monnaie équilibrée.

14 Essaie encore

ALGO

En utilisant l'algorithme de l'exercice 12 : écrire un algorithme papier qui simule des lancers de dé à quatre faces tant que l'utilisateur répond « oui » à la question « Voulez vous continuer ? ».

15 Simulation

ALGO INFO

Ouvrir le logiciel de votre choix.

- 1) Programmer la simulation de 100 lancers de dés et compter le nombre de 6 obtenus.
- 2) Effectuer 10 fois cette simulation et noter les résultats obtenus.

16 Simulation jusqu'à plus soif

ALGO INFO

Reprendre l'exercice 15 avec 1 000 lancers et en comptant le nombre de 2 obtenus.

17 On a lancé plusieurs simulations d'un lancer de dé et on a obtenu les résultats suivants.

Nombre de lancers	1 000	2 000	5 000	10 000
Nombre de 1	194	371	839	1 663

- 1) Calculer les fréquences d'apparition du 1 pour chaque échantillon.
- 2) Quelle est la proportion théorique du résultat ?
- 3) Calculer l'écart de la fréquence obtenue et la fréquence théorique dans chaque cas.
- 4) Quel phénomène a-t-on mis en évidence ?

Intervalle de fluctuation

18 ► MÉTHODE 1 p. 32

La répartition des groupes sanguins dans le monde est donnée dans le tableau ci-dessous.

Groupes	O	A	B	AB
Fréquences en %	45	40	11	4

Elle est cependant variable selon les ethnies.

- 1) On a testé le sang de 480 esquimaux et on a trouvé que 211 d'entre eux sont du groupe A.
 - a) Déterminer n , p , f_0 .
 - b) Les conditions de calcul de l'intervalle de fluctuation sont-elles réunies ?
 - c) Si oui, déterminer l'intervalle de fluctuation.
 - d) La proportion du groupe A chez les esquimaux est-elle conforme à la population mondiale ?
- 2) On a trouvé 62 esquimaux du groupe B. Que peut-on dire ?

19 D'après l'INSEE (www.insee.fr), la proportion de 0-17 ans en France est de 21,95 % en 2010.

La ville de Nice compte 64 242 jeunes âgés de 17 ans ou moins parmi 343 304 habitants.

- 1) Calculer la fréquence f_0 des 0-17 ans à Nice.
- 2) Les conditions de détermination de l'intervalle de fluctuation sont-elles réunies ?
- 3) Que peut-on en conclure ?

20 Au 20h d'une grande chaîne de télévision française publique, la journaliste conclut un reportage sur le divorce par cette phrase :

« En 2012, le divorce des femmes a augmenté de 20 % ». Commenter cette conclusion.

21 Un article de « PC impact » de janvier 2013 est intitulé « Une sociologue pointe l'inefficacité des avertissements de la Hadopi ».

Il se base sur le travail d'une sociologue utilisant « une enquête qualitative menée entre mars et octobre 2012 auprès de 8 individus (5 hommes et 3 femmes, âgés de 27 à 55 ans, de catégories socioprofessionnelles et de formations variées) ».

3 des 8 personnes ont reçu un avertissement de la part d'Hadopi.

Que peut-on dire de cet article ?



22 Fonctions ?

1) Tracer sur un même graphique les courbes représentatives des deux fonctions sur l'intervalle $]0; 10\,000]$:

a) $f(x) = 0,4 + \frac{1}{\sqrt{x}}$ b) $g(x) = 0,4 - \frac{1}{\sqrt{x}}$

2) Quel phénomène ce graphique illustre-t-il ?

23 Le maire d'une ville vient d'installer un feu rouge sur l'artère principale et demande que le feu soit réglé de la manière suivante :

Couleur	Rouge	Orange	Vert
Durée	20 s	5 s	35 s

Il observe ensuite pendant une journée la couleur du feu lorsqu'une voiture arrive.

Le tableau répertorie ses résultats :

Couleur	Rouge	Orange	Vert
Nombres	263	64	429

- Calculer la proportion de temps p de la couleur verte sur un cycle.
- Calculer la fréquence f des voitures passées au vert.
- On s'intéresse ici au réglage du feu vert et à l'hypothèse « le feu est bien réglé ».
 - Déterminer les bornes de l'intervalle de fluctuation au seuil d'environ 95 %.
 - Commenter le réglage du feu.

24 On lance 35 fois une pièce de monnaie et on obtient 12 fois face.

- Après avoir énoncé l'hypothèse faite sur la pièce, donner l'intervalle de fluctuation au seuil de 95 %.
- La pièce de monnaie est-elle équilibrée ?

25 Truquée ?

On lance 3 500 fois une pièce de monnaie et on obtient 1 810 fois pile. La pièce de monnaie est-elle équilibrée ?

26 Poids

Le poids médian d'un homme en France est 77,3 kg.

- Un institut de sondage interroge 649 agriculteurs. 357 répondent qu'ils pèsent moins de 77,3 kg. Que peut-on conclure d'un tel sondage ?
- L'institut interroge, ensuite, 526 cadres. 235 répondent de même. Conclure.
- Comment expliquer ces différences ?

27 Au Casino

Au « Lion Vert », le jeu de la roulette française consiste à lancer une bille dans un récipient circulaire tournant et muni d'encoches numérotées et colorées sur la périphérie. Les cases, numérotées de 0 à 36 sont alternativement rouge et noire (sauf le 0 qui est vert).



Le croupier souhaite vérifier si sa roulette est équilibrée pour la mise sur chance simple Pair-Impair (Le joueur mise Pair ou Impair et gagne une fois sa mise si le numéro qui sort correspond à son choix. 0 est considéré comme ni pair, ni impair.)

Pendant une soirée, le croupier consigne les lancers :

Sortie	Pair	Impair ou 0
Nombre	242	295

Que peut-on conclure ?

28 Naissance dans le monde

Un village chinois comptabilise dans un tableau le nombre de naissances par sexe en 2012 :

Sexe	Garçon	Fille
Nombre	75	49

- Calculer la fréquence de garçons nés en 2012.
- La situation dans le village vous paraît-elle raisonnable ? Justifier.
- Sachant que le rapport de masculinité en Chine est de 112/100 (il naît 112 garçons pour 100 filles), la situation vous paraît-elle raisonnable (Justifier) ?
- Le rapport de masculinité de la France est de 105/100.

Comment peut-on expliquer la différence par rapport à la chine ?

29 Un fabricant de dés à 4 faces a lancé le même dé un grand nombre de fois.

Il a regardé si la face numérotée 3 était équilibrée.

Sa fréquence d'apparition a été de 0,267.

Le fabricant a conclu (à 95 %) que son dé n'était pas équilibré car la fréquence du nombre 3 n'était pas compatible avec son intervalle de fluctuation.

Quelle est la taille minimale de l'échantillon utilisé ?



30 Répression des fraudes

La répression des fraudes a enquêté au casino « Le Lion Vert » (voir exercice 27).

Elle a estimé que la roulette française n'était pas équilibrée et que le casino avait fraudé avec une probabilité d'environ 95 %.

Ils ont, pour cela, effectué une analyse informatique des tirages de l'année précédente et remarqué que la couleur rouge était sortie avec une fréquence de 49 % sur un certain nombre de lancers au jeu de la mise sur chance simple Noir-Rouge.

- 1) Quelle est la taille minimale de l'échantillon pour que la répression des fraudes puisse arriver à cette conclusion ?
- 2) La veille, un client notant le déséquilibre en a profité pour l'utiliser.
Quelle stratégie le client a-t-il pu mettre en place ?

31 Taille de l'intervalle de fluctuation

On lance 50 fois une pièce de monnaie équilibrée.

- 1) Déterminer la taille de l'intervalle de fluctuation au seuil de 95 % de la fréquence d'apparition de « pile ».
- 2) Comment diviser par 2 la taille de l'intervalle de fluctuation.

32 Algorithme intervalle fluctuation

ALGO

Écrire un algorithme qui, à partir de la taille de l'échantillon et la proportion théorique, donne l'intervalle de fluctuation au seuil de 95 %.

33 Pratique

ALGO

Programmer l'algorithme de l'exercice 32

- sur la calculatrice ;
- sur un ordinateur.

34 Perfectionnement

ALGO

Modifier l'algorithme de l'exercice 32 pour qu'il vérifie si les conditions sur n et p sont respectées avant de faire les calculs et qu'il affiche si besoin un message d'erreur à l'utilisateur.

35 In or out ?

ALGO

Écrire un algorithme qui connaissant la taille de l'échantillon, la proportion supposée et la fréquence observée, indique si le test se révèle concluant ou non.

36 Inspiré par les comics Marvel

Double Face, célèbre ennemi de Batman, utilise une pièce fétiche pour choisir s'il doit gracier ou tuer ses ennemis. Spiderman, fan de Batman, a regardé tous les comics et a constaté que la pièce était tombée 117 fois sur la face vie pour 256 lancers.

Clark Kent pense qu'il y a autant de chances à ce tirage de tomber sur la face mort que sur la face vie.

Catwoman, et son esprit vif comme un félin, pense, elle, que Double Face a truqué la pièce pour laisser seulement à ses proies une chance de survie de 40 %.

Qui de Clark ou de Catwoman peut avoir raison ?

- 37 On a lancé 1 000 fois un dé électronique à trois faces et on a obtenu les résultats suivants :

	1	2	3
Nombres	359	342	299

- 1) La face 1 est-elle équilibrée ?
La face 2 est-elle équilibrée ? Et la face 3 ?
- 2) En quoi les résultats sont-ils surprenants ?
- 3) Que peut-on donc conclure ?

38 Réussite

Dans le lycée Sophie Germain, les élèves viennent de passer le bac.

- 1) 64 % des 34 élèves de la TL1 ont eu leur bac alors que la moyenne nationale est de 78 %.
 - a) Peut-on déterminer l'intervalle de fluctuation ?
 - b) Ces résultats sont-ils anormalement bas ?
- 2) Une autre classe, les TL2, de 28 élèves a obtenu 98 % de réussite cette même année.
 - a) Peut-on calculer l'intervalle de fluctuation ?
 - b) Ces résultats sont-ils anormalement élevés ?

39 Loterie

Lors d'une kermesse d'école, des billets de loterie sont vendus avec l'annonce : « 1 billet sur 4 est gagnant ». Le papa de Cunégonde est très joueur et en achète 28.

- 1) Va-t-il gagner 7 lots ?
- 2) En fait, il en a obtenu 4. Déterminer l'intervalle de fluctuation associé à cet échantillon.
- 3) Ce papa peut-il crier au scandale ?
- 4) Pour quels résultats pourrait-il crier au scandale ?



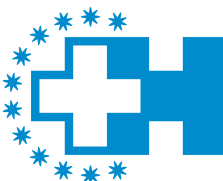
Estimation : intervalle de confiance

40 ▶ **MÉTHODE 2** p. 33

En septembre 2013, un sondage réalisé auprès de 1 297 joueurs américains, révèle que 26 % des sondés achèteront la console SP2 à sa sortie.

- 1) Les conditions de validité de l'intervalle de confiance sont-elles réunies ?
- 2) Si oui, dans quelle fourchette peut-on estimer, avec une probabilité de 95 %, le pourcentage de joueurs américains qui feront l'acquisition d'une SP2 ?

41 En février 2013, un sondage a été réalisé par téléphone sur un échantillon national représentatif de 1 000 personnes résidant en France âgées de 18 ans et plus. Cet échantillon a été constitué d'après la méthode des quotas (sexe, âge, catégorie socioprofessionnelle du chef de ménage), par région et taille d'agglomération. Le sondeur donne 257 personnes n'ayant pas ou peu confiance dans les hôpitaux publics.



- 1) Les conditions de validité de l'intervalle de confiance sont-elles réunies ?
- 2) Si oui, dans quelle fourchette peut-on estimer le pourcentage de Français qui n'ont pas ou peu confiance dans les hôpitaux publics avec une probabilité de 95 % ?

42 En décembre 2012, un sondage été réalisé auprès de 1 003 personnes résidant en France, âgées de 18 ans et plus. L'échantillon a été constitué d'après la méthode des quotas (sexe, âge, catégorie socioprofessionnelle du répondant) par région et taille d'agglomération. 772 personnes interrogées ont déclaré avoir déjà été confrontées à une arnaque ou une tentative d'arnaque sur Internet.

Dans le même temps, 211 personnes interrogées déclarent avoir déjà été piégées sur Internet par un mail ou un site Internet leur demandant leurs coordonnées personnelles.

- 1) Estimer le pourcentage de personnes en France confrontées à une arnaque sur Internet.
- 2) Estimer le pourcentage de personnes en France ayant déjà été piégées sur internet.

43 **Algorithmes, intervalle confiance**

ALGO

Écrire un algorithme qui, connaissant la taille de l'échantillon et la fréquence observée, donne l'intervalle de confiance au seuil 0,95.

44 **Pratique**

ALGO

Programmer l'algorithme de l'exercice **43**, selon votre choix, soit sur la calculatrice, soit sur un ordinateur.

45 **Perfectionnement**

ALGO

Modifier l'algorithme de l'exercice **43** pour qu'il vérifie avant les calculs si les conditions sur n et f_0 sont respectées et qu'il affiche un message d'erreur si besoin.

46 Avant les municipales de Sésalandes, le maire sortant, M. Aissekro, commande un sondage auprès de 500 personnes. D'après ce sondage, son adversaire obtiendrait un score de 48 %.

- 1) Déterminer l'intervalle de confiance de cet échantillon.
- 2) M. Aissekro peut-il fêter prématurément sa victoire ?
- 3) Si non, quelle taille d'échantillon minimale aurait-il dû prendre pour être rassuré ?

47 On demande aux 230 spectateurs de la rétrospective en 3D de *Blanche-Neige et les 7 nains* le nom du nain le plus amusant. 34 % des spectateurs votent pour Simplet et 28 % pour Grognon.

- 1) Peut-on déterminer des intervalles de confiance ?
- 2) Si oui, déterminer les deux intervalles de confiance.
- 3) Peut-on affirmer avec un risque d'erreur inférieur à 0,05 que Simplet est plus drôle que Grognon ?

48 Un institut de sondage interroge un groupe de filles sur leur acteur préféré.

- 1) Sur un premier échantillon de 800 filles, 38 % ont répondu : Léonard Duparc.
Détermine l'intervalle de confiance de ce premier échantillon.
- 2) Sur un deuxième échantillon de 650 filles, 42 % ont, elles, répondu Brad Flip.
Déterminer l'intervalle de confiance de ce deuxième échantillon.
- 3) Ces deux intervalles sont-ils disjoints ?
- 4) Peut-on en déduire que chez les filles Brad Flip a plus de succès que Léonard Duparc ?



49 Le pari du Chevalier de Méré

INFO

Le problème dit du « pari du chevalier de Méré » opposa ce dernier à Fermat et à Pascal :

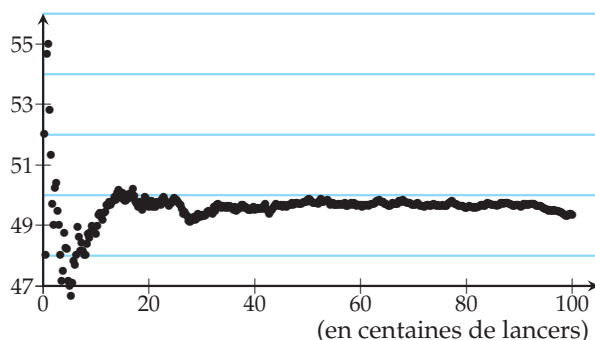
- *Pari 1* : si l'on jette 4 fois un dé à 6 faces, il y a plus de chances qu'on obtienne un six plutôt qu'on n'en obtienne pas.
- *Pari 2* : si l'on jette 24 fois deux dés à 6 faces, il y a aussi plus de chances qu'on obtienne un double six qu'on n'en obtienne pas.

Que penser de ces deux paris ?

- 1) À l'aide d'un tableur, on simule 500 lancers de 4 dés à 6 faces. Voici une capture d'écran.

	A	B	C	D	E	F
1	dé 1	dé 2	dé 3	dé 4		
2	3	5	6	3		0,498
3	5	1	1	4	0	

- a) Proposer une formule pour simuler le lancer d'un dé, à saisir en A2, B2, C2 et D2.
 - b) Que calcule l'instruction `NB.SI(A2:D2;6)` ?
Qu'affiche la cellule E2 si on entre
`=SI(NB.SI(A2:D2;6) > 1; 1; 0)` ?
 - c) Que calcule la formule `=NB.SI(E2:E501;1)/500`, à saisir en cellule F2 ?
 - d) Compléter la feuille de calcul.
Donner la fréquence d'apparition d'un six et l'intervalle de confiance associé.
Que pouvez-vous conclure du *Pari 1* ?
- 2) Simuler 1 000 puis 10 000 expériences.
Que peut-on conclure du *Pari 1* ?
 - 3) On simule 1 000 lancers de 24 fois deux dés à 6 faces.
Le graphique ci-dessous donne l'évolution des fréquences d'apparition en % d'un double six.
Que penser du *Pari 2* ?



50 Intervalle de fluctuation

ALGO

On considère une urne contenant :

- 3 boules blanches ;
- 5 boules noires.

On tire au hasard une boule de l'urne.

On note sa couleur avant de la remettre dans l'urne .

- 1) Quelle est la probabilité p d'obtenir une boule blanche ?

On simule 1 000 expériences de 100 tirages.

- 2) Avec un risque de 5 %, dans quel intervalle vont se trouver les fréquences ainsi obtenues ?

On propose l'algorithme ci-dessous.

```

1. Liste des variables utilisées
2. nb100, nb1000 : nombre
3. p100, p1000 : nombre
4. Traitements
5. Donner à nb1000 la valeur de 0
6. Pour i variant de 1 à 1000 faire
7. Donner à nb100 la valeur de 0
8. Pour k variant de 1 à 100 faire
9. Si Alea_entier(1,8) ≤ 3 Alors
10. Donner à nb100 la valeur de nb100+1
11. Fin Si
12. Fin Pour
13. Donner à p100 la valeur de nb100/100
14. Si 0,275 ≤ p100 ≤ 0,475 Alors
15. Donner à nb1000 la valeur de nb1000+1
16. Fin Si
17. Fin Pour
18. Donner à p1000 la valeur de nb1000/1000
19. Affichage
20. Afficher p1000
21. Fin de l'algorithme

```

- 3) À partir de l'algorithme ci-dessus :

- a) Que représente la valeur de sortie ?
- b) Programmer l'algorithme.

Le résultat affiché est-il conforme à la théorie ?

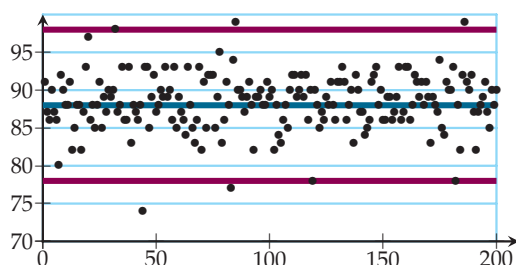
- c) À partir de l'algorithme ci-dessus, en écrire un qui demande en entrée le nombre n de tirages successifs et qui affiche en sortie le pourcentage d'expériences donnant une fréquence située dans l'intervalle de fluctuation associé.



51 Campagne publicitaire

ALGO

Un grossiste affiche sur ses plaquettes : « 86 % de notre thé est garanti sans trace de pesticides ». L'inspectrice de la DGCCRF souhaite étudier la validité de l'affirmation. Elle prélève 100 boîtes au hasard du stock du grossiste et en trouve 26 avec des traces de pesticides. On suppose que la proportion de boîtes sans trace de pesticides est bien égale à 0,86 du stock du grossiste. À l'aide d'un logiciel, on simule 200 prélèvements de 100 boîtes. Le graphique ci-dessous présente la fréquence en % des boîtes de thé ne contenant pas de pesticides pour chaque échantillon.



- 1) Combien de fréquences n'appartiennent pas à l'intervalle $[0, 76; 0, 96]$? Interpréter.
- 2) L'inspectrice peut-elle décider, au seuil de 95%, que la publicité est mensongère ?
- 3) Proposer un algorithme simulant cette situation.

52 Grippe

En France, les consultations pour syndromes grippaux représentent 34 % des consultations chez les médecins généralistes.

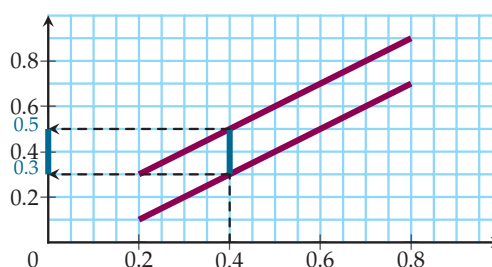
- 1) La première semaine d'octobre, un cabinet médical du réseau Sentinelles, reçoit 967 patients dont 368 présentent les symptômes de la grippe.
 - a) Quelle part de ses consultations concerne des patients présentant des symptômes grippaux ?
 - b) Quel est l'intervalle de fluctuation associé à cet échantillon ?
 - c) Le médecin doit-il prévenir les autorités sanitaires d'un risque d'épidémie ? Argumenter.
- 2) La même semaine, dans une autre région, 36 % des consultations d'un « médecin Sentinelle » concerne des syndromes grippaux.
Il n'alerte pas les autorités sanitaires.
Quel est le nombre maximum de patients reçus par ce praticien cette semaine-là ?

53 Abaque

On considère une urne où la proportion de boules noires est p (inconnue) et on s'intéresse à des échantillons de taille 100.

- 1) Vérifier que l'intervalle de fluctuation est donné par $[p - 0,1; p + 0,1]$.

Sur le graphique sont tracées les droites d'équations $y = x - 0,1$ et $y = x + 0,1$. On utilise ce graphique pour lire l'intervalle de fluctuation pour une proportion p donnée. Exemple : pour $p = 0,4$, $IF = [0,3; 0,5]$.



- 2) On suppose que $p = 0,6$.
Donner l'intervalle de fluctuation IF au seuil de 95%.
Utiliser le graphique ci-dessus pour retrouver l'intervalle IF .
- 3) Dans cette question, on ne connaît pas p .
La fréquence f_0 observée dans un échantillon de taille 100 est de 0,7.
Proposer une méthode graphique pour trouver l'intervalle de confiance et estimer une valeur de p .
Retrouver ce résultat par le calcul.

54 Auto focus

Un photographe vend des appareils photographiques. Il veut estimer par un intervalle de confiance le pourcentage p d'acheteurs d'appareils autofocus avec zoom dans sa clientèle

- 1) Dans un échantillon de 100 clients, 60 achètent un tel appareil. Donner une estimation de p par un intervalle de confiance avec un seuil de 95 %.
- 2) On considère l'affirmation suivante :
« la fréquence p est obligatoirement dans l'intervalle de confiance obtenu à la question précédente ».
Est-elle vraie ?
- 3) Déterminer la taille n , n étant supérieur à 30, d'un échantillon de clients pour qu'un intervalle de confiance de p , au seuil de 95 % soit $[0,557; 0,643]$.



À la fin de ce chapitre, je dois être capable de :

Connaître le sens de :

- ▶ population, caractère, proportion
- ▶ échantillon, taille d'un échantillon

Savoir la définition

- ▶ de fluctuation d'une proportion lors d'un échantillonnage
- ▶ d'un intervalle de confiance à 95 %
- ▶ d'un intervalle de fluctuation à 95 %

Savoir calculer et utiliser

- ▶ la proportion d'un caractère
- ▶ un intervalle de confiance à 95 %
- ▶ un intervalle de fluctuation à 95 %



QCM d'auto-évaluation

Des ressources numériques
pour préparer le chapitre sur
manuel.sesamath.net



Pour chaque question, plusieurs réponses sont proposées. Déterminer celles qui sont correctes.

55 La proportion de gauchers dans le monde est 12 %. Dans une classe de 25 élèves :

- ☐ a on doit avoir 3 gauchers
- ☐ b on peut avoir 10 gauchers
- ☐ c il est probable que l'on ait 3 gauchers
- ☐ d on ne peut pas avoir 10 gauchers

56 Lors du tirage d'un échantillon, on parle de fluctuation d'échantillonnage pour indiquer :

- ☐ a qu'on choisit l'échantillon au hasard
- ☐ b qu'une proportion dans un échantillon n'est pas forcément la même que dans la population totale
- ☐ c que la proportion dans 2 échantillons de même taille peut être différente

57 Dans une école où un tiers des élèves croient encore au père Noël, on interroge 25 élèves au hasard (un élève pouvant être interrogé plusieurs fois). L'intervalle de fluctuation à 95 % de la proportion d'élèves qui croient encore au père Noël, dans cet échantillon, est :

- ☐ a $[0, 133; 0, 533]$
- ☐ b $\left[\frac{22}{75}; \frac{28}{75}\right]$
- ☐ c $[0, 29; 0, 38]$
- ☐ d $\left[\frac{2}{15}; \frac{8}{15}\right]$

58 Dans une tombola, la proportion de billets gagnants (c'est à dire permettant de gagner un lot, petit ou gros) est de 20 %. Hervé achète 64 billets de cette tombola. Sachant qu'il y a un très grand nombre de billets mis en vente, la proportion de billets gagnants parmi ceux qu'a achetés Hervé se situera dans l'intervalle de fluctuation à 95 %

- ☐ a $[0, 075; 0, 325]$
- ☐ b $[0, 08; 0, 32]$
- ☐ c $[0, 08; 0, 32]$
- ☐ d $[0, 07; 0, 33]$

59 Karim qui est philatéliste (collectionneur de timbres) commande une série de 49 timbres choisis dans un catalogue publicitaire qui annonce une proportion de 42 % de timbres sur le thème des célébrités dans ces séries. À la réception de sa commande, Karim compte 15 timbres montrant des célébrités dans la série qu'il a reçu. Peut-il affirmer que la publicité était mensongère ?

- ☐ a Oui, car la proportion de timbres "célébrités" dans sa série n'est pas de 42 %
- ☐ b Non, car le calcul de 42 % de 49 ne donne pas un entier
- ☐ c Non, car on peut considérer qu'il y a fluctuation d'échantillonnage
- ☐ d Oui, car la proportion de timbres "célébrités" dans sa série n'est pas dans l'intervalle de fluctuation

60 Dans un groupe de 15 élèves d'une classe de seconde, le professeur principal a demandé à chaque élève s'il avait accès à Internet sans restriction chez lui. Trois élèves ont répondu Non, les autres ont répondu Oui. Ce professeur peut-il estimer la proportion d'élèves ayant accès à Internet sans restriction chez eux ?

- a** Oui, en donnant un intervalle de confiance à 95 %
- b** Non, car il y a fluctuation
- c** Oui, c'est tout simplement $\frac{12}{15} = \frac{4}{5}$, soit 80 %
- d** Non, car la proportion trouvée dans le groupe est trop forte
- e** Non, car la taille de l'échantillon est trop faible

61 Un maraîcher en gros vend de jeunes plants de poireaux à d'autres maraîchers. Le ramassage et le conditionnement des plants de poireaux est mécanisé. Il se doit d'indiquer à ses clients la proportion de plants de petite taille. Pour pouvoir donner cette indication, il procède au comptage des plants de petite taille dans un lot de 10 000 poireaux et en trouve 21 %. À l'aide ce comptage, il peut ensuite :

- a** fournir un intervalle de confiance à 95 % pour la proportion de poireaux de petite taille
- b** fournir un intervalle de fluctuation à 95 % pour la proportion de poireaux de petite taille
- c** indiquer qu'il y a 21 % de poireaux de petite taille dans les plants qu'il vend.
- d** autre réponse

62 Un candidat à une élection pense qu'il bénéficie d'environ 52 % d'intentions de vote. Il commande un sondage. De quelle taille doit être l'échantillon pour qu'il puisse être rassuré ?

- a** 500
- b** 1 000
- c** 3 000
- d** 10 000

63 On a procédé à une enquête de satisfaction auprès de 200 élèves demi-pensionnaires. 72 % sont contents de la cantine. Le lycée compte 1 300 demi-pensionnaires.

Le nombre de demi-pensionnaires satisfaits se situe, avec une probabilité de 95 %, dans l'intervalle :

- a** [900; 972]
- b** [1 143; 1 300]
- c** [1 199; 1 271]
- d** [845; 1 027]

64 54 % des français déclarent pratiquer un sport. À Sésaville, haut lieu de la Drôme, 2 324 habitants, ils sont 1 236 à pratiquer. L'intervalle de fluctuation à 95 % de cet échantillonnage, arrondi au millième, est :

- a** [0, 512; 0, 568]
- b** [0, 511; 0, 553]
- c** [0, 519; 0, 561]

65 Environ 78 % des français ont un ordinateur. À Bourg-de-Sésaville, plus bas dans la vallée, 1 286 habitants, ils sont 823 à en posséder un. L'amplitude de l'intervalle de fluctuation au seuil de 95 % est environ :

- a** 0,17
- b** 0,07
- c** 0,056

TP 1 Affaire Partida

INFO

En Novembre 1976 dans le comté de Hidalgo, Rodrigo Partida était condamné à huit ans de prison pour cambriolage et tentative de viol.

Il attaqua ce jugement affirmant que la désignation des jurés de ce comté était discriminatoire pour les américains d'origine mexicaine : 79,1 % de la population du comté était d'origine mexicaine mais, sur les 870 personnes convoquées pour être jurés les 11 années précédentes, seules 339 d'entre elles étaient d'origine mexicaine.

1 Simulation de la désignation d'un juré

On étudie une fonction du tableur qui choisit un juré en tenant compte de ses origines.

- 1) Quel nombre de jurés d'origine mexicaine peut-on espérer en choisissant au hasard 870 personnes dans la population de ce comté ?
- 2) Avec un tableur, la fonction ALEA() génère un nombre aléatoire dans $[0; 1[$. Que renvoie $SI(Alea() < p; 1; 0)$?
- 3) En prenant $p = 0,791$ expliquer comment cette formule permet de simuler la désignation d'un juré de ce comté en respectant les fréquences. On pourra s'aider du schéma ci-dessous :



2 Simulation

On procède à une simulation de 100 séries de désignation de jury.

- 1) Compléter la feuille de calcul à l'aide des instructions.

- Saisir en cellule A1 la formule $SI(ALEA() < 0,791; 1; 0)$
- Copier sur la plage A2:A870
- Saisir en A871 la formule $SOMME(A1:A870)/870$
- Sélectionner la plage A1:A871
- Copier sur la plage B1:CV871

- 2) Que représentent les nombres de la plage de cellules A1:A870 ?
- 3) Que représente le nombre affiché dans la cellule A871 ?
- 4) Que représentent les valeurs extrêmes obtenues dans la plage de cellules A871:CV871 ?
- 5) Représenter avec un nuage de points la série de données de la plage A871:CV871.
- 6) A-t-on obligatoirement 688 jurés d'origine mexicaine ?
Calculer le nombre maximal de jurés d'origine mexicaine dans un jury, obtenu lors de la simulation.

3 Intervalle de fluctuation

Il s'agit d'interpréter les résultats de cette simulation.

- 1) Donner l'intervalle de fluctuation correspondant à la simulation antérieure.
Celui-ci confirme-t-il les observations précédentes ?
- 2) Dans les simulations faites sur tableur, obtient-on un nombre de jurés mexicains égal à celui de l'affaire Partida ?
- 3) Comment expliquer cette situation ?

TP 2 Élections présidentielles de 2012

Voici un récapitulatif des sondages parus en France peu de jours avant le second tour des élections présidentielles de 2012. (source : sondages-en-france.fr)

Numéro	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Date en mai	1	2	2	3	3	3	3	3	4
Hollande	53,5	53	52,5	53,5	52,5	53	53	52,5	52
Sarkozy	46,5	47	47,5	46,5	47,5	47	47	47,5	48
Nombre de personnes interrogées	1387	1077	2009	1000	1018	1072	1123	2161	1255

À l'issue du second tour des élections présidentielles 2012, M. Hollande a été élu président de la République Française avec 51,64 % des voix contre 48,36 % pour M. Sarkozy.

1 Un modèle

On considère une urne contenant 10 000 boules, 5 164 roses et 4 836 bleues.

On effectue 1000 tirages successifs et sans remise dans l'urne.

On note f_r la fréquence de boules roses obtenues.

1) Que modélise cette expérience ? Quelle est la proportion p de boules roses dans l'urne ?

2) Quel est l'intervalle de fluctuation au seuil de 95 % ?

a) Démontrer que si $f_r \in \left[p - \frac{1}{\sqrt{1000}}; p + \frac{1}{\sqrt{1000}} \right]$ alors $p \in \left[f_r - \frac{1}{\sqrt{1000}}; f_r + \frac{1}{\sqrt{1000}} \right]$.

b) Comment appelle-t-on l'intervalle $\left[f_r - \frac{1}{\sqrt{1000}}; f_r + \frac{1}{\sqrt{1000}} \right]$?

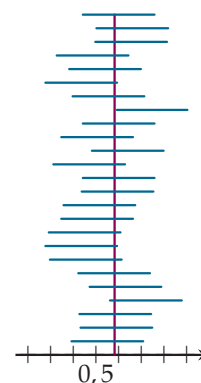
3) On simule 25 échantillons de taille 1 000 à l'aide d'un logiciel de calcul numérique. Le graphique obtenu donne les 25 intervalles de confiance correspondants.

a) Quelle est la proportion d'intervalles de confiance ne contenant pas p ?

b) Modifier le programme disponible sur le site pour simuler 25 échantillons de taille n (nombre à saisir par l'utilisateur).

Exécuter votre programme avec $n = 2\,000$ et $n = 10\,000$.

Commenter.



2 Les sondages

On applique maintenant le modèle étudié à l'élection présidentielle de 2012.

1) Calculer, pour chaque sondage, les intervalles de confiance correspondant aux intentions de vote pour les deux candidats.

2) Tous ces sondages assuraient-ils une victoire de M. Hollande au second tour ?

Argumenter votre réponse.

3) a) Comment sont constitués les échantillons utilisés dans ces sondages ?

Faire une recherche documentaire.

b) Que dire alors de notre modèle ?



TP 3 Des listes pour le chocolat

ALGO

La marque de chocolat Nesrhonna, sponsor de l'équipe de France de Football, vend des tablettes contenant chacune une image d'un des onze principaux joueurs de l'équipe.

On suppose que les images sont réparties au hasard.

Thaïs, collectionneuse dans l'âme, se met en tête d'obtenir les onze images. Elle demande à sa grande sœur Mélia si elle sait combien de tablettes ses parents devront acheter pour avoir toute la collection.

1 Simulation à deux, avec une calculatrice

Mélia a trouvé comment générer un nombre entier aléatoire entre 1 et 11 à l'aide de sa calculatrice, elle demande à Thaïs de compléter un tableau d'effectifs et de lui dire à partir de quand chaque numéro est apparu au moins une fois.

À l'aide du tableau complété, comment peut-on répondre au problème posé ?

Tester cette solution. Quels sont les inconvénients de cette méthode ?

2 Simulation à l'aide d'un algorithme

Mélia, qui vient de terminer le chapitre sur les statistiques, a bien noté une remarque de son professeur : « *au lycée, on ne pourra pas exiger de vous l'utilisation de listes en algorithmique, c'est bien triste car c'est très pratique !* ».

Elle fait des recherches et s'aperçoit que ces listes lui permettent de stocker des résultats. Elle va pouvoir s'en servir pour simuler le problème. L'algorithme qu'elle a conçu est donné ci-contre.

- 1) quoi sert la première boucle pour ?
- 2) Expliquer l'utilité de la variable test.
- 3) Mélia programme son algorithme et le fait tourner. Celui-ci affiche en sortie « *Tu possèdes tous les joueurs* » et s'aperçoit qu'il ne répond pas au problème posé.
Le compléter en conséquence.
- 4) Compléter l'algorithme pour répéter 1 000 fois la simulation.
Calculer le nombre moyen de tablettes à acheter.

```
1. Liste des variables utilisées
2.   T : liste
3.   test : nombre
4. Traitements
5.   Donner à test la valeur de 0
6.   Pour i variant de 1 à 11 faire
7.     Donner à T[i] la valeur de 0
8.   Fin Pour
9.   Tant que (test=0) faire
10.    Donner à j la valeur de Alea(1,11)
11.    Donner à T[j] la valeur de T[j]+1
12.    Donner à test la valeur de T[1]
        × T[2] × T[3] × T[4] × T[5] ×
        T[6] × T[7] × T[8] × T[9] × T[10]
        × T[11]
13.   Fin Tant que
14. Affichage
15.   Afficher "Tu possèdes tous les
        joueurs"
16. Fin de l'algorithme
```

3 Concrètement...

Une coupe du monde de Football dure environ un mois, la société Nesrhonna propose son offre deux mois avant le début, jusque deux mois après la fin.

Sachant que Thaïs mange une tablette de chocolat par semaine, que penser de ses chances d'obtenir la collection complète ?

TP 4 Surbooking : une réalité statistique

ALGO

Lors d'un vol Madrid-Barcelone pouvant accueillir 250 passagers, la compagnie aérienne s'aperçoit qu'environ 20 % des passagers ayant acheté leur billet ne se présentent pas à l'aéroport. Elle vend alors plus de billets que de places dans le vol.

L'objectif de ce TP est de mettre en évidence un critère statistique utilisé par la compagnie aérienne pour déterminer le nombre de billets supplémentaires qu'elle émettra.

1 Simulation du remplissage d'un avion

On étudie le remplissage de l'avion suivant le nombre de billets vendus.

1) Dans cette question, on suppose que la compagnie n'a pas eu recours à la sur-réservation et qu'elle a vendu exactement 250 billets.

- a) Dans l'algorithme ci-contre qui simule le remplissage d'un vol, que désigne la variable P ?
- b) Le programmer, l'exécuter 10 fois et noter à chaque fois les résultats. Commenter.

```
1. Liste des variables utilisées
2.  $k, P$  : entiers
3. Traitements
4. Donner à  $P$  la valeur de 0
5. Pour  $k$  variant de 1 à 250 faire
6. Donner à  $P$  la valeur de
 $P + \text{ent}(\text{alea}() + 0,8)$ 
7. Fin Pour
8. Affichage
9. Afficher  $P$ 
10. Fin de l'algorithme
```

2) Dans cette question, la compagnie aérienne vend un nombre de billets supérieur à 250.

- a) Modifier l'algorithme pour simuler le remplissage de ce vol. (On prendra en entrée le nombre de billets vendus.) Le programmer et l'exécuter.
- b) Quel nombre de billets supplémentaires la compagnie peut-elle vendre ? Justifier votre choix et détailler votre démarche.

2 Étude d'un critère pour décider du nombre de billet à vendre

La proportion de passagers se présentant à l'embarquement ayant acheté leur billet est de 80 %.

1) Dans cette question, on suppose que la compagnie émet 255 billets.

- a) On s'intéresse à la fréquence du nombre de passagers se présentant au comptoir. Au seuil de 95%, dans quel intervalle va-t-elle se trouver ? Comment appelle-t-on cet intervalle ?
- b) Quel pourcentage maximal de passagers se présentant au comptoir de la compagnie, au seuil de 95 %, peut-on prévoir ?
- c) En déduire le nombre maximum, avec un risque de 5 %, de passagers se présentant à la porte de l'embarquement.

2) Dans cette question, on suppose que la compagnie émet N billets.

- a) Donner l'intervalle de fluctuation associé à cet échantillon.
- b) Vérifier que le nombre maximum de passagers, au seuil de 95 % est donné par : $0,8N + \sqrt{N}$.
- c) Le critère choisi par la compagnie aérienne pour émettre les billets sur ce vol est que le nombre maximum de passagers, au seuil de 95%, ne doit pas dépasser 250. Combien de billets supplémentaires la compagnie proposera-t-elle alors à la vente ?



TP

5

Piège à fourmis sur une idée de C. Schwartz et B. Cailhol, <http://www.statistix.fr>

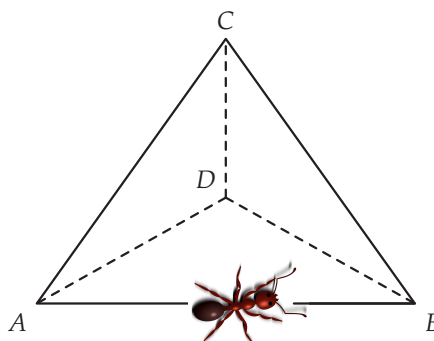
INFO

1 Le principe

Un piège à fourmi se présente sous la forme d'un tétraèdre $ABCD$. L'entrée se fait en A .

À chaque étape, la fourmi se dirige vers un autre sommet. Si elle arrive en A elle sort. Si elle n'est pas sorti au bout de 4 déplacements, elle meurt.

- 1) Calculer le nombre de parcours possibles et le nombre de parcours où la fourmi meurt.
- 2) Conjecturer la proportion de fourmis qui meurent.



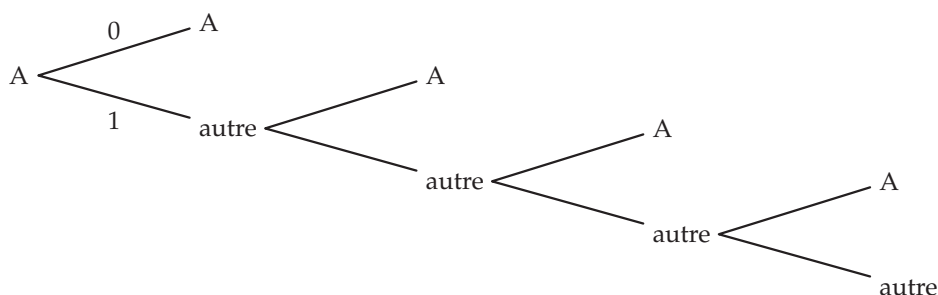
2 Simulation à l'aide d'un tableur

Ouvrir un tableur.

- 1) On pose A pour 0, B pour 1, C pour 2 et D pour 3.
Le premier sommet est A donc dans A1, on met 0.
Les autres sont choisis aléatoirement mais différent du précédent : $\text{MOD}(A1 + \text{ENT}(\text{ALEA}() * 3 + 1; 4))$.
Compléter de B1 à E1.
- 2) Dans G1 : déterminer le minimum de B1 : E1.
- 3) Recopier A1 : G1 jusqu'à A1000 : G1000.
- 4) Calculer la proportion de 0 (sortie de la fourmi) sur G1 : G1000.
- 5) Rafraîchir plusieurs fois. La conjecture du 2 de la partie 1 est-elle plausible ?

3 Analyse

Pour calculer la probabilité que la fourmi meure, on utilise un arbre pondéré.



- 1) Compléter les probabilités sur chaque branche.
- 2) En déduire la probabilité que la fourmi meure puis la probabilité pour qu'elle survive.
- 3) Votre résultat est-il cohérent avec la simulation : est-il dans l'intervalle de confiance ?



Paradoxe de Simpson

Dans la ville de Mathyville, il y a deux lycées, le lycée Sophia Kovalski et le lycée Ada Byron (toutes deux mathématiciennes célèbres). On donne les résultats du baccalauréat dans ces deux lycées en fonction du sexe :

Lycée Sophia Kovalski		
	Effectif	Bacheliers
Garçons	203	161
Filles	842	592

Lycée Ada Byron		
	Effectif	Bacheliers
Garçons	423	258
Filles	131	77

- 1) Calculer la proportion de bacheliers chez les garçons et les filles dans les deux lycées. Peut-on en déduire que les garçons sont meilleurs que les filles ?
- 2) Choquée par cette assertion, Mme Pita Gaure, maire de la ville, demande qu'on refasse les calculs sur l'ensemble de la population.
Faire ces calculs.

Que peut-on en conclure ?

Le paradoxe de Condorcet

Les 30 membres du Comité de Vie Lycéenne doivent choisir une salle pour héberger le foyer : la salle F qu'ils occupent actuellement, ou la salle H ou la salle B. Chaque membre classe ces 3 salles par ordre de préférence. On obtient :

- 12 voix pour FHB ;
- 8 voix pour HBF ;
- 1 voix pour HFB ;
- 5 voix pour BFH ;
- 4 voix pour BHF.

Un élève demande le nombre de voix de ceux qui préfèrent B à F. Le CVL se déplace donc en B.

Un autre élève demande le nombre de voix de ceux qui préfèrent H à B. Le CVL se déplace donc en H.

un 3ème demande alors combien préfèrent F à H ...

Que se passe-t-il ?

Le sens critique

Le 1er mars 2013, le maire de Mathyville se félicitait devant la presse : « ce mois-ci, le nombre d'actes criminels a baissé de près de 10 pour cent par rapport au mois précédent. »

Y a-t-il vraiment de quoi pavoiser ?

Un échantillon biaisé

En 2012, l'indice de fécondité de la France, c'est-à-dire le nombre d'enfants par femme, était d'environ 2,01. Une enquête sur les mères de votre lycée donne un indice supérieur.

Comment expliquer cela ?

Surreprésentativité

En 2012, l'alcoolémie positive d'un conducteur est présente dans des accidents causant 30,9 pour cent des tués sur la route. Elle est donc absente dans 69,1 pour cent des cas.

Qu'est-ce qui est le plus dangereux ?



Probabilités

Connaissances du collège nécessaires à ce chapitre

► Calculer et utiliser des fréquences

► Calculer et utiliser des pourcentages



Auto-évaluation

Des ressources numériques pour préparer
le chapitre sur manuel.sesamath.net

1 Le tableau ci-dessous présente le nombre de pots de peinture vendus en un mois selon la couleur.

Couleur	Jaune	Blanc	Rouge
Effectif	256	7489	458

Couleur	Bleu	Vert	Noir
Effectif	156	785	4123

- 1) Calculer les fréquences arrondies au centième.
- 2) Exprimer les fréquences en pourcentage arrondies à l'unité.

2 Dans une boulangerie, Mariette achète :

- 15 pains au chocolat ; • 10 croissants ;
- 12 tartelettes ; • 8 pains au raisin ;
- 22 éclairs ; • 20 brioches.

- 1) Quelle est la proportion de :
a) tartelettes ? b) viennoiserie ?
- 2) Parmi les desserts, quelle est la proportion d'éclairs ?

3 En 2013, 778 200 candidats se sont présentés à la série générale de l'examen du Diplôme National du Brevet, 84,5 % ont été reçu et neuf candidats sur 10 maîtrisaient le socle commun de compétences.

- 1) Combien de candidats ont été reçus ?
- 2) Combien de candidats ont la maîtrise du socle commun de compétences ?

4 Dans la liste des nombres entiers de 0 à 20, citer

- 1) les nombres impairs ;
- 2) les nombres divisibles par 3 ;
- 3) les nombres impairs ou divisibles par 3 ;
- 4) les nombres impairs non nuls et divisibles par 3.

5 Benoît a réparé 351 machines à laver. Il a changé le joint sur 128 machines et le programmeur sur les autres dont 26 présentaient aussi un défaut de joint qu'il a aussi remplacé.

- 1) Quel est le pourcentage de machines à laver ayant un joint défectueux ?
- 2) Quel est le nombre de machine ayant seulement un programmeur défectueux ?

Voir solutions p. 259



ACTIVITÉ 1 Événements

Un sac contient 12 jetons numérotés de 1 à 12. On tire un jeton au hasard.

On considère les événements suivants :

- A : « Le numéro du jeton tiré est pair ».
- B : « Le numéro du jeton tiré est un multiple de 3 ».

1) Quels sont les événements élémentaires qui composent A et B ?

Recopier et compléter : $A = \{\dots\}$ et $B = \{\dots\}$.

2) Décrire de même les événements :

- | | | | |
|--------------|-------------------------|-------------------------|------------------------------------|
| • $A \cap B$ | • $\overline{A}$ | • $\overline{A \cap B}$ | • $\overline{A} \cap \overline{B}$ |
| • $A \cup B$ | • $\overline{A \cup B}$ | • $\overline{A} \cap B$ | • $\overline{A} \cup \overline{B}$ |

3) Certains de ces événements sont-ils identiques ?

4) Décrire les événements suivants par une phrase :

- | | | |
|--------------|-------------------------|-------------------------|
| • $A \cap B$ | • $\overline{A}$ | • $\overline{A \cap B}$ |
| • $A \cup B$ | • $\overline{A \cup B}$ | • $\overline{A} \cap B$ |

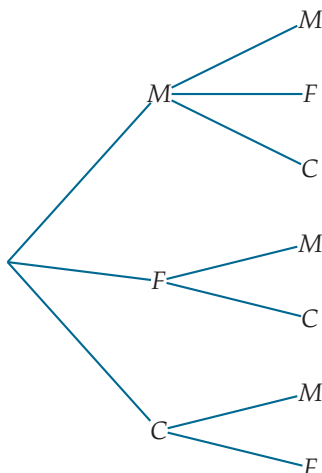
ACTIVITÉ 2 Arbre des possibles

Un paquet contient quatre bonbons :

- deux à la myrtille ;
- un à la framboise ;
- un au citron.

Sandrine prend au hasard 2 bonbons l'un après l'autre.

1) Antoine a dessiné l'arbre des possibles ci-dessous. Quelles remarques peut-on faire ?



2) Dresser un autre arbre des possibles.

3) Combien cette expérience aléatoire a-t-elle d'issues ?

4) Quelle est la probabilité :

- que Sandrine mange deux bonbons à la myrtille ?
- que Sandrine mange au moins un bonbon à la myrtille ?
- que Sandrine ne mange pas de bonbons à la myrtille ?

ACTIVITÉ 3 Tableau

Au self d'un lycée, les 1 230 élèves demi-pensionnaires avaient le choix entre du Bœuf et du Colin d'une part, accompagné soit de Frites, soit de Haricots verts, soit de Navets.

Le cuisinier, qui tient ses statistiques à jour, a remarqué que :

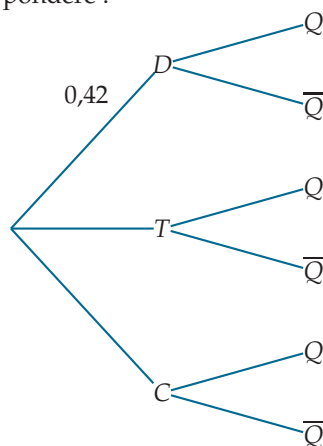
- 840 élèves ont mangé des frites dont 70 % avec du bœuf ;
- 108 élèves ont préféré les haricots verts avec du colin, et autant avec du bœuf ;
- au total, 464 parts de colin ont été servies.

- 1) Proposer un tableau regroupant l'ensemble des informations ci-dessous.
- 2) On choisit un élève au hasard. Quelle est la probabilité qu'il ait mangé :
 - a) du navet ?
 - b) du colin avec des frites ?
 - c) du colin ou des frites ?
- 3) a) On choisit un élève qui mange du colin. Quelle est la probabilité qu'il mange des frites ?
 b) On choisit un élève qui mange des frites. Quelle est la probabilité qu'il mange du colin ?

ACTIVITÉ 4 Arbres pondérés

Un prince charmant se doit de partir à l'aventure et d'affronter des périls. Dans 42 % des cas, il affronte un Dragon, dans 30 % ce sont des Trolls et dans les autres cas, c'est le Chevalier noir. Dans tous les cas, il réussit sa Quête avec une probabilité de 0,8. Tuer un dragon lui rapporte 1 000 pièces d'or, un troll 500 pièces d'or et un chevalier noir 300.

- 1) a) Recopier et compléter l'arbre pondéré :



- b) Décrire $\bar{Q}$ à l'aide d'une phrase.
- 2) Un prince part à l'aventure. Quelle est la probabilité
 - a) qu'il gagne 1 000 pièces d'or ?
 - b) qu'il gagne des pièces d'or ?
 - c) qu'il revienne bredouille (pour autant qu'il revienne) ?
 - 3) Recopier et compléter le tableau suivant :

Gains (en pièces d'or)	1 000	500	300	0
Probabilité				

- 4) Combien un prince gagne-t-il de pièces d'or en moyenne pour une quête ?

1. Vocabulaire des événements

■ DÉFINITION : Expérience aléatoire

Une **expérience aléatoire** est une expérience renouvelable dont les résultats possibles sont connus sans qu'on puisse déterminer lequel sera réalisé.

REMARQUE : Le but de ce chapitre est de les mathématiser.

■ DÉFINITION : Univers

L'**univers d'une expérience aléatoire** est l'ensemble des issues possibles appelé également **éventualités**. On le note Ω .

Exemple

Quels sont les univers des expériences aléatoires suivantes ?

- 1) E_1 : Lancer un dé à six faces.
- 2) E_2 : Lancer une pièce de monnaie.
- 3) E_3 : Jouer au loto (FDJ).
- 4) E_4 : Naissance (genre).

Correction

- 1) $E_1 : \Omega = \{1; 2; 3; 4; 5; 6\}$
- 2) $E_2 : \Omega = \{\text{Pile}; \text{Face}\}$
- 3) $E_3 : \Omega$ contient plusieurs millions d'éléments du type $(2; 5; 19; 35; 42; 23), (4; 8; 9; 21; 34; 12), \dots$
- 4) $E_4 : \Omega = \{\text{Fille}; \text{garçon}\}$

■ DÉFINITION : Événement

Un **événement** est un sous-ensemble de l'univers.
Il peut toujours se décrire à l'aide d'issues.

■ DÉFINITION : Union

Soient A et B deux événements.
L'**union** de A et de B est l'ensemble des issues qui réalisent A **ou** B .
On le note $A \cup B$ (se lit « A Union B »).

■ DÉFINITION : Intersection

Soient A et B deux événements.
L'**intersection** de A et B est l'ensemble des issues qui réalisent A **et** B .
On le note $A \cap B$ (se lit « A inter B »).

Exemple

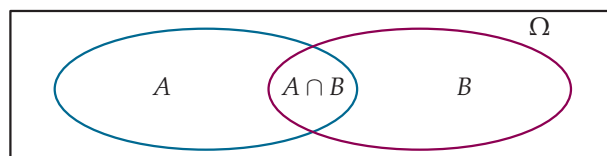
Pour E_1 , décrire les événements suivants.

- A : « Faire un nombre pair ».
- B : « Faire un multiple de 3 ».
- $A \cup B$
- $A \cap B$

Correction

- $A = \{2; 4; 6\}$
- $B = \{3; 6\}$
- $A \cup B = \{2; 3; 4; 6\}$
- $A \cap B = \{6\}$

REMARQUE : Le **diagramme de Venn** permet de représenter les différents événements.





2. Choix d'un modèle

A. Par l'observation des fréquences

■ DÉFINITION : De la fréquence à la probabilité

Lorsqu'on répète n fois, de façon indépendante, une expérience aléatoire, la fréquence d'une issue va avoir tendance à se stabiliser lorsque n augmente.

La probabilité de l'issue est très proche de la valeur stabilisée observée.

Exemple

Dans une urne opaque contenant un certain nombre de billes rouges, bleues ou jaunes. On tire une bille de l'urne, on note sa couleur, et on la remet dans l'urne.

On a réalisé l'expérience un très grand nombre de fois :

Nb de boules tirés	Nb d'expériences réalisées		
	2000	5000	10000
Rouges	653	1658	3332
Bleues	1007	2546	5005
Jaunes	340	796	1663

Estimer les probabilités de tirer une boule rouge, une bleue et une jaune.

Correction

Pour $n = 10\,000$. Par expérience, on a obtenu :

- $f_R = \frac{3\,332}{10\,000} = 0,3332$
- $f_B = \frac{5\,005}{10\,000} = 0,5005$
- $f_J = \frac{1\,663}{10\,000} = 0,1663$

On peut choisir le modèle

	R	B	J
p_i	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{6}$

REMARQUE :

- 1) Lors de la construction du modèle il faut s'assurer que la somme des probabilités fasse 1.
- 2) Une « modélisation » est une approximation.

Il y a peu de chances que le modèle colle exactement à la réalité.

B. Modèle équiréparti

■ DÉFINITION : Modèle équiréparti

Dans un **modèle équiréparti**, chaque issue à la même probabilité qui vaut :

$$\frac{1}{\text{Nombre d'issues possibles}}$$

On dit aussi que c'est une **situation d'équiprobabilité**.

3. Calculs de probabilités

■ DÉFINITION : Loi de probabilité

Une **loi de probabilité** sur un univers associe à chaque issue qui le réalise un nombre compris entre 0 et 1 appelé probabilité. La somme des probabilités des issues est 1.

■ DÉFINITION : Probabilité d'un événement

La **probabilité d'un événement** est la somme des probabilités des issues qui le réalisent.

NOTATION :

- 1) Un événement impossible est un événement qui ne se réalise jamais. Sa probabilité vaut 0.
- 2) Un événement certain est un événement qui est sûr de se réaliser. Sa probabilité vaut 1.

MÉTHODE 1 Calculer des probabilités

► Ex. 32 p. 57

► Ex. 45 p. 58

- 1) Si le modèle n'est pas équiréparti, on observe des fréquences.
- 2) On détermine les issues réalisant l'événement dont on souhaite connaître la probabilité.
- 3) On additionne les probabilités des issues qui le réalisent.

Exercice d'application On lance un dé équilibré à 4 faces et on note le numéro de la face du dessus. Quelle est la probabilité d'obtenir un nombre pair ?

Correction Le dé est équilibré, c'est une situation d'équiprobabilité. L'univers est constitué de 4 issues : 1, 2, 3, 4.

La probabilité de chaque issue est donc $\frac{1}{4}$.

L'événement « obtenir un nombre pair » est constitué de deux issues

« 2 » et « 4 » donc sa probabilité est $\frac{1}{4} \times 2$ soit $\frac{1}{2}$.

Exercice d'application On lance un dé truqué qui vérifie $p(1) = 2p(2) = p(3) = 2p(4) = p(5) = 2p(6)$. Quel est la probabilité de l'événement E : « obtenir un multiple de 3 » ?

Correction On a :

$$p(1) + p(2) + p(3) + p(4) + p(5) + p(6) = 1$$

$$p(1) + \frac{1}{2}p(1) + p(1) + \frac{1}{2}p(1) + p(1) + \frac{1}{2}p(1) = 1$$

soit $p(1) = \frac{2}{9}$. « Obtenir un multiple de 3 » est un événement composé des deux issues « 3 » et « 6 ».

$$p(E) = p(3) + p(6) = \frac{2}{9} + \frac{2}{18} = \frac{6}{9} = \frac{1}{3}.$$

REMARQUE :

Dans un modèle équiréparti, il suffit de compter le nombre d'issues réalisant A pour calculer sa probabilité.

■ DÉFINITION : Événement contraire

Soit A un événement. L'**événement contraire** à A est constitué des issues de Ω ne réalisant pas dans A et se note $\bar{A}$. Sa probabilité vaut : $p(\bar{A}) = 1 - p(A)$.

■ PROPRIÉTÉ : Relation entre $\cup$ et $\cap$

Si A et B sont deux événements alors $p(A \cup B) = p(A) + p(B) - p(A \cap B)$.

REMARQUE :

- 1) À priori, $P(A \cup B) \neq P(A) + P(B)$. Elle n'est vraie que si A et B sont disjoints ($A \cap B = \emptyset$).
- 2) Cette formule peut également s'écrire sous la forme $P(A \cup B) + P(A \cap B) = P(A) + P(B)$

- 63** A et B sont deux événements tels que : $p(A) = 0,3$; $p(B) = 0,5$; $p(A \cup B) = 0,7$.
- a** $p(A \cap B) = 0,1$ **b** $p(A \cap B) = 0,15$ **c** $p(A \cap B) = 0,2$ **d** $p(A \cap B) = 0,8$

Un élève répond au hasard aux 5 questions d'un Q.C.M.

Chaque question du test propose trois réponses dont une seule est juste.

- 64** On appelle A l'événement : « l'élève a répondu juste à au moins 2 questions ».

L'événement $\bar{A}$ est : « l'élève a répondu ... »

- a** ... faux à au moins deux questions » **c** ... juste à moins de deux questions »
b ... juste à au plus deux questions » **d** ... juste à au plus une question »

- 65** On appelle B l'événement : « l'élève a 5 réponses justes ».

- a** $p(B) = \frac{1}{5}$ **b** $p(B) = \frac{5}{3}$ **c** $p(B) = \frac{1}{15}$ **d** $p(B) = \frac{1}{243}$

On donne la répartition des élèves de 1^{re} du lycée Sophie Germain :

	ES	L	S	Total
Garçons	18	8	63	89
Filles	43	18	39	100
Total	61	26	102	189

- 66** On choisit un élève au hasard. Quelle est la probabilité que ce soit un garçon ou un élève de ES ?

- a** $\frac{61 + 89}{189}$ **b** $\frac{61 + 89 - 18}{189}$ **c** $\frac{43 + 18 + 8 + 63}{189}$ **d** $\frac{18}{61 + 89}$

- 67** On choisit un garçon au hasard. Quelle est la probabilité qu'il soit en ES ?

- a** $\frac{18}{189}$ **b** $\frac{18}{61}$ **c** $\frac{18}{89}$ **d** $\frac{61}{89}$

- 68** On lance trois dés cubiques simultanément. Quelles combinaisons ont la plus forte probabilité de sortie ?

- a** un 1, un 2 et un 3. **b** deux 1 et un 2 **c** un 2, un 3 et un 5 **d** trois 4

- 69** On lance deux dés simultanément. Quelle est la probabilité d'avoir deux faces identiques ?

- a** $\frac{1}{6}$ **b** $\frac{1}{36}$ **c** $\frac{2}{36}$ **d** $\frac{6}{36}$

TP 1 Le lièvre et la tortue

INFO ALGO

1 Première course

Une partie du jeu du lièvre et de la tortue se déroule de la façon suivante :

- La distance à parcourir est de 6 cases.
- On lance un dé.
- Si on obtient 6, le lièvre avance de 6 cases.
- Sinon, la tortue avance d'une case.

- À priori, qui a le plus de chances de gagner ?
- Faire une simulation à l'aide d'un tableur ou d'un algorithme.
Donner une valeur approchée de la probabilité que le lièvre gagne.
- À l'aide d'un arbre, calculer la probabilité que la tortue gagne.
En déduire la probabilité que le lièvre gagne.

2 Deuxième course

Les règles changent !

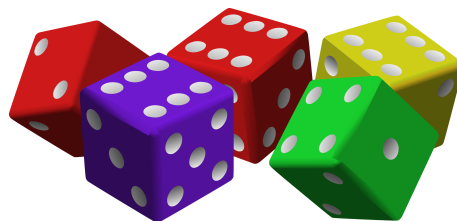
- La distance à parcourir est maintenant de 4 cases.
- Le lièvre a mangé une super carotte :
il avance de 4 cases quand on obtient 5 ou 6 au lancer de dé.

- Adapter la simulation à cette situation.
Donner une approximation de la nouvelle loi de probabilité.
- À l'aide de l'arbre, retrouver la distribution de probabilité.

TP 2 Full

Le jeu de yams se joue avec 5 dés. On essaye de faire des combinaisons diverses et on a le droit de relancer deux fois tout ou une partie des dés.

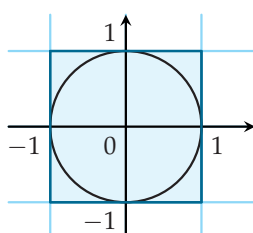
Corinne a obtenu au 1^{er} lancer trois 4, un 2 et un 5. Elle voudrait faire un full (3 dés d'une valeur et 2 dés d'une autre). Elle hésite entre garder les trois 4 et le 5 et relancer le dé indiquant 2 ou garder les trois 4 et relancer les deux autres dés. Aide-la à résoudre ce dilemme.



TP 3 Algorithme de Monte-Carlo

INFO

- 1) Dans un repère orthonormé $(O; I, J)$, on considère un disque de centre O et de rayon 1 et un carré de centre O et de côté 2 comme sur le graphique ci-dessous.
 - a) Déterminer l'aire du disque et l'aire du carré.
 - b) Quelles conditions doivent vérifier les coordonnées d'un point M pour qu'il soit à l'intérieur du carré ?
 - c) Quelles conditions doivent vérifier les coordonnées de M pour que $OM \leq 1$?
Dans ce cas, que peut-on en déduire pour M ?



- 2) L'algorithme de Monte-Carlo calcule une valeur approchée de π en créant un grand nombre de points aléatoires dans le carré, et en observant combien se trouvent dans le disque. Le rapport du nombre de points dans le disque sur le nombre total de points devrait être proche du rapport de l'aire du disque sur l'aire du carré et nous permettra de calculer π .
 - a) Complète l'algorithme ci-dessous.

```

1.  Algorithme : algorithme mystère
2.  Liste des variables utilisées
3.  x, y, pi : nombre réel
4.  k, n, compteur : nombre entier
5.  Traitements
6.  Demander n
7.  Donner à compteur la valeur de 0
8.  Pour k variant de 1 à n faire
9.      Donner à x la valeur de un nombre aléatoire entre ...et ...
10.     Donner à y la valeur de un nombre aléatoire entre ...et ...
11.     Si ... Alors
12.         Donner à compteur la valeur de compteur+1
13.     Fin Si
14. Fin Pour
15. Donner à pi la valeur de compteur/n
16. Donner à pi la valeur de pi × ...
17. Affichage
18. Afficher « π vaut environ : »
19. Afficher la valeur pi
20. Fin de l'algorithme
    
```

- b) Implémenter cet algorithme sur un ordinateur ou sur une calculatrice.
Le tester avec différentes valeurs de n .
 - c) Trouve-t-on toujours la même valeur approchée pour π ?
- 3) Paul affirme qu'on peut connaître la précision de notre valeur approchée de π . A-t-il raison ?



TP 4 Problème de Monty Hall

INFO

Sur le plateau d'un jeu télévisé, il y a trois portes dont une cache une voiture et les deux autres une chèvre. Il s'agit de choisir une des portes pour gagner ce qu'il y a derrière.

Le jeu se déroule en 3 étapes :

- le joueur choisit une porte mais ne l'ouvre pas ;
- l'animateur, qui sait où se trouve la voiture, ouvre une autre porte que celle choisie et qui cache une chèvre ;
- l'animateur propose au joueur de changer son choix initial.

Le joueur a-t-il intérêt à modifier son choix ?

- 1) L'algorithme ci-dessous permet de faire une simulation de ce problème.

Compléter-le puis effectuer la simulation.

```
1. Algorithme : Problème de Monty Hall
2. Liste des variables utilisées
3. NbEssais : nombre entier
4. Change : nombre réel
5. NeChangePas : nombre réel
6. PorteGagnante : nombre entier
7. PorteChoisie : nombre entier
8. k : nombre entier
9. Traitements
10. Demander NbEssais
11. Donner à Change la valeur de 0
12. Donner à NeChangePas la valeur de 0
13. Pour k variant de 1 à NbEssais faire
14.   Donner à PorteGagnante la valeur de un nombre aléatoire entre 1 et 3
15.   Donner à PorteChoisie la valeur de un nombre aléatoire entre 1 et 3
16.   Si PorteChoisie = PorteGagnante Alors
17.     Donner à ... la valeur de ...+1
18.   Sinon
19.     Donner à ... la valeur de ...+1
20.   Fin Si
21. Fin Pour
22. Donner à Change la valeur de Change/NbEssais
23. Donner à NeChangePas la valeur de NeChangePas/NbEssais
24. Affichage
25. Afficher « La probabilité de gagner en changeant est de »
26. Afficher la valeur Change
27. Afficher « La probabilité de gagner en ne changeant pas est de »
28. Afficher la valeur NeChangePas
29. Fin de l'algorithme
```

- 2) Que peut-on en conclure ?

- 3) Que se passe-t-il si on joue maintenant avec quatre portes dont une seule gagnante ?

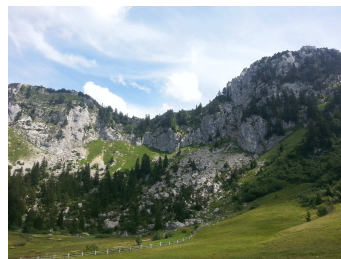
TRAVAILLER AUTREMENT

Ce chapitre regroupe un ensemble d'activités pouvant être abordées à des moments variés de l'année.

Elles utilisent des notions de différents chapitres et permettent de travailler autrement pour développer les compétences transversales :

- rechercher, extraire et organiser l'information utile ;
- réaliser, manipuler, mesurer, calculer, appliquer des consignes ;
- raisonner, argumenter, pratiquer une démarche expérimentale, démontrer ;
- présenter la démarche suivie, les résultats obtenus, communiquer à l'aide d'un langage adapté.

SE DÉPASSER ET FRANCHIR DES SOMMETS



■ Problèmes ouverts

Les **problèmes ouverts** se définissent comme des « *énoncés courts qui n'induisent ni la méthode, ni la solution* ».

Il est possible de s'engager dans des essais, des conjectures, des projets de résolution, des contre-exemples.

La **narration de recherche**, trace écrite des démarches engagées pour résoudre le problème, permet de s'initier et de développer une démarche scientifique.

■ Problèmes de synthèse

Les **problèmes de synthèse** font appel à des notions de différents chapitres avec des questions qui s'enchaînent. Ils permettent de réactiver un ensemble de connaissances et établir des liens entre les chapitres tout en étant guidé.

■ QCM de synthèse

Les **Questionnaires à Choix Multiples** permettent de vérifier l'acquisition des raisonnements en s'affranchissant de la rédaction. Trois sont proposés sur chaque partie du programme.

Un outil permettant de créer des QCM très facilement est disponible sur le logiciel gratuit Labomep (www.labomep.net). Interactif, il propose solutions, éléments de correction et des exercices en remédiation.

■ Sudomath

Basé sur le principe du sudoku, le **Sdomath** est une grille à compléter à partir des réponses aux questions. Lorsque toutes sont résolues sans erreurs, on obtient une grille classique qu'il est possible de compléter. Trois sont proposés sur chaque partie du programme. Un outil permettant de créer des Sudomaths individualisés est disponible gratuitement sur Mutuamath (www.mutuamath.net).

